

ANÁLISIS DEL ACONDICIONAMIENTO PARA UN SISTEMA DE ECUACIONES GENERADO A PARTIR DE LA ECUACIÓN DE FREUDENSTEIN

JOSÉ ALBERTO GUERRERO GARCÍA

Trabajo enviado al Departamento de Ciencias Básicas para el cumplimiento de uno de los requisitos para obtener el título de Magister en Matemáticas Aplicadas

Director: John Jairo Estrada Álvarez., Mg.

MAESTRÍA EN MATEMÁTICAS APLICADAS

ESCUELA DE CIENCIAS MATEMÁTICAS

MEDELLÍN - COLOMBIA

26 de Noviembre del 2015



Nota de aceptación

Nombre del coordinador de la maestría

Coordinador de la Maestría

John Jairo Estrada Álvarez.

Director del proyecto

Medellín, Fecha_____

RESUMEN

En este proyecto se estudian algunos de los problemas numéricos que surgen al usar la ecuación de Freudenstein en el análisis de mecanismos y estudiar experimentalmente el sistema de ecuaciones que se plantean al construir una falange proximal de un dedo antropomórfico, cuyo funcionamiento sea similar al de un homólogo humano desarrollado previamente por la referencia [1] (Édgar Alfredo Portilla Flores, Junio de 2010) , esto conlleva a identificar si el sistema obtenido que modela la falange proximal, pueda ser inconsistente o mal condicionado usando el algoritmo de SOR .Con lo anterior, estudiamos de una manera Heurística el sistema para ver si es posible mejorarlo en convergencia y precisión.

En la primera parte se describe el planteamiento del problema para mostrar el uso de la ecuación de Freudenstein, posteriormente el sistema de ecuaciones obtenidas se usará con el propósito de implementar un algoritmo de aproximación a la solución numérica basadas en el método de SOR.

El trabajo se llevó a cabo utilizando la herramienta de simulación *Simulink de Matlab*, la cual permite investigar el comportamiento del sistema en aspectos de condicionamiento, convergencia y precisión. Esto abre múltiples posibilidades de simular, sin incurrir en costos elevados y en problemas asociados en la construcción de un modelo físico en laboratorio.

En el trabajo no se realiza un nuevo modelo físico del dedo falange proximal, pero si debía darse como referente los resultados numéricos ya establecidos por otros autores [1] (Édgar Alfredo Portilla Flores, Junio de 2010) para verificar los valores numéricos obtenidos que implementasen el algoritmo de SOR.

CONTENIDO

Resumen.....	iii
Contenido.....	iv
Lista de tablas	v
Lista de figuras.....	vi
Introducción	1
Descripción y formulación del problema.....	2
<i>Planteo matemático para el proximal del dedo índice</i>	5
Diseño del mecanismo de cuatro barras	7
Minimización del error en las posiciones.....	11
Objetivos.....	12
<i>Objetivo general</i>	12
<i>Objetivos específicos</i>	12
Importancia de la investigación	12
Hipótesis o preguntas de investigación.....	13
Fundamentos teóricos	14
Introducción	14
SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES.....	14
ELIMINACIÓN GAUSSIANA.....	16
SISTEMAS MAL CONDICONADOS Y NÚMERO DE CONDICIÓN DE UNA MATRIZ.....	18
METODO DE GAUSS-SEIDEL	19
Metodo SOR (Succesive Over-Relaxation).....	21
Análisis de Convergencia.....	22
CINEMÁTICA DE MECANISMOS.....	24
Análisis y Resultados	33
Introducción	33
Resultados Numéricos	33
1.1 Resultados.....	40
Conclusiones y Recomendaciones.....	57
introducción.....	57
1.2 Conclusiones.....	57
1.3 RecomendacioNes.....	58
Anexos	60
Bibliografía	69

LISTA DE TABLAS

<i>Tabla 1. Posiciones de los eslabones para el mecanismo (Datos experimentales - Autor)</i>	<i>33</i>
<i>Tabla 2.Ángulos para las Posiciones (Autor).....</i>	<i>36</i>
<i>Tabla 3.Longitudes del Mecanismo (Autor).....</i>	<i>36</i>
<i>Tabla 4.Posiciones de los eslabones para el mecanismo (Datos numéricos - Autor).....</i>	<i>38</i>
<i>Tabla 5.Posiciones medidas en mm para los eslabones del mecanismo aproximados con el mejor omega=0.33 ver teorema 2.4 pág. 23, y el cual fue seleccionado a partir de los errores expresados en la tabla 11</i>	<i>41</i>
<i>Tabla 6.Longitudes del Mecanismo aproximadas con el mejor omega.....</i>	<i>41</i>
<i>Tabla 7.Posiciones medidas en mm para los eslabones del mecanismo aproximados con el mejor omega=0.28 ver teorema 2.4 pág. 23.....</i>	<i>44</i>
<i>Tabla 8.Posiciones medidas en mm para los eslabones del mecanismo aproximados con el mejor omega=0.309 ver teorema 2.4 pág. 23.....</i>	<i>47</i>
<i>Tabla 9.Posiciones medidas en mm para los eslabones del mecanismo aproximados con el mejor omega=0.2889 ver teorema 2.4 pág. 23</i>	<i>50</i>
<i>Tabla 10.Posiciones medidas en mm para los eslabones del mecanismo aproximados con el mejor omega=0.3289 ver teorema 2.4 pág. 23</i>	<i>53</i>
<i>Tabla 11.Error Absoluto de los resultados obtenidos en los Eslabones vs el resultado de los autores (artículo) y la elección de la mejor omega.</i>	<i>56</i>

LISTA DE FIGURAS

Fig. 1. Mecanismos de Cuatro Barras Ejemplo Básico.....	2
Fig. 2. Fisiología de una mano humana ver [1] (Édgar Alfredo Portilla Flores, Junio de 2010).....	5
Fig. 3. Mecanismo del dedo índice ver [1] (Édgar Alfredo Portilla Flores, Junio de 2010).....	6
Fig. 4. Mecanismo analítico del dedo índice ver [1] (Édgar Alfredo Portilla Flores, Junio de 2010).....	6
Fig. 5. Mecanismo de la proximal del dedo índice	7
Fig. 6. Mecanismo Cruzado de Cuatro Barras ver [1] (Édgar Alfredo Portilla Flores, Junio de 2010).....	8
Fig. 7. Máscara de Simulink para la simulación del sistema de ecuaciones generado al usar la ecuación de Freudenstein y con parámetro omega variable.....	10
Fig. 8. Parte interna de la Máscara usado en el Modelo de Simulación para la ecuación de Freudenstein.	10
Fig. 9. Tipos de Eslabones en un mecanismo ver [4] (RODRIGUEZ, s.f.)	25
Fig. 10. Mecanismo de manivela-biela-corredera ver [4] (RODRIGUEZ, s.f.).....	26
Fig. 11. Pares cinemáticos ver [4] (RODRIGUEZ, s.f.).....	26
Fig. 12. Pares Inferiores ver[4] (RODRIGUEZ, s.f.).....	27
Fig. 13. Pares Superiores ver [4] (RODRIGUEZ, s.f.).....	27
Fig. 14. Cadena Cinemática ver [4] (RODRIGUEZ, s.f.)	28
Fig. 15. Cadena trabada, se le conoce como estructura ver [4] (RODRIGUEZ, s.f.)	29
Fig. 16. Muestra las cuatro inversiones de un mecanismo de manivela-biela-corredera ver [4] (RODRIGUEZ, s.f.).....	30
Fig. 17. Muestra un mecanismo de 4 barras en donde se analizan diferentes tipos de movimiento de acuerdo a las dimensiones de sus eslabones ver [4] (RODRIGUEZ, s.f.)	30
Fig. 18. Cadena Cinemática 4 barras ver [4] (RODRIGUEZ, s.f.)	31
Fig. 19. Movilidad de una cadena cinemática ver[4] (RODRIGUEZ, s.f.).....	31
Fig. 20. Movilidad de una cadena cinemática ver [4] (RODRIGUEZ, s.f.).....	32
Fig. 21. Posición del mecanismos (Datos Experimentales Punto E-Autores) Falange Proximal.....	34
Fig. 22. Posición del mecanismo (Datos experimentales Punto I-Autores) Falange Proximal.....	34
Fig. 23. Posición del mecanismo (Datos Experimentales Punto H y D-Autores) Falange Proximal.....	35
Fig. 24. Gráfico Mecanismo Actuador.....	37
Fig. 25. Gráfico Mecanismo Actuador - Autores.....	39
Fig. 26. Gráfico Mecanismo Actuador - Autores.....	39
Fig. 27. Gráfico del Modelo para el mecanismo Falange Proximal en Simulink de Matlab B.....	40
Fig. 28. Gráfico del Error Residual relativo para omega=0.33 ver pág. 24.....	42
Fig. 29. Gráfico comportamiento arrojado por el número de condición para omega=0.33 ver teorema 2.4 pág. 23.....	42
Fig. 30. Gráfico Coordenada E. Posiciones de los eslabones para el mecanismo según el autor y omega=0.33 ver teorema 2.4 pág. 23.....	43
Fig. 31. Gráfico Coordenada I. Posiciones de los eslabones para el mecanismo según el autor y omega=0.33 ver teorema 2.4 pág. 23.....	43
Fig. 32. Gráfico del Error Residual relativo para omega=0.28.....	45
Fig. 33. Gráfico comportamiento arrojado por el número de condición para omega=0,28.....	45
Fig. 34. Gráfico Coordenada E. Posiciones de los eslabones para el mecanismo según el autor y	

<i>omega</i> =0.28 ver teorema 2.4 pág. 23.....	46
Fig. 35. Gráfico Coordenada I. Posiciones de los eslabones para el mecanismo según el autor y <i>omega</i> =0.28 ver teorema 2.4 pág. 23.....	46
Fig. 36. Gráfico del Error Residual relativo para <i>omega</i> =0.309 ver teorema 2.4 pág. 23.....	48
Fig. 37. Gráfico comportamiento arrojado por el número de condición para <i>omega</i> =0.309.....	48
Fig. 38. Gráfico Coordenada E. Posiciones de los eslabones para el mecanismo según el autor y <i>omega</i> =0.309 ver teorema 2.4 pág. 23.....	49
Fig. 39. Gráfico Coordenada I. Posiciones de los eslabones para el mecanismo según el autor y <i>omega</i> =0.309 ver teorema 2.4 pág. 23.....	49
Fig. 40. Gráfico del Error Residual relativo para <i>omega</i> =0.2889 ver teorema 2.4 pág. 23.....	51
Fig. 41. Gráfico comportamiento arrojado por el número de condición para <i>omega</i> =0.2889 ver teorema 2.4 pág. 23.....	51
Fig. 42. Gráfico Coordenada E. Posiciones de los eslabones para el mecanismo según el autor y <i>omega</i> =0.2889 ver teorema 2.4 pág. 23.....	52
Fig. 43. Gráfico Coordenada I. Posiciones de los eslabones para el mecanismo según el autor y <i>omega</i> =0.2889 ver teorema 2.4 pág. 23.....	52
Fig. 44. Gráfico del Error Residual relativo para <i>omega</i> =0.3289 ver teorema 2.4 pág. 23.....	54
Fig. 45. Gráfico comportamiento arrojado por el número de condición para <i>omega</i> =0.3289 ver teorema 2.4 pág. 23.....	54
Fig. 46. Gráfico Coordenada E. Posiciones de los eslabones para el mecanismo según el autor y <i>omega</i> =0.3289 ver teorema 2.4 pág. 23.....	55
Fig. 47. Gráfico Coordenada I. Posiciones de los eslabones para el mecanismo según el autor y <i>omega</i> =0.3289 ver teorema 2.4 pág. 23.....	55
Fig. 48. Diagrama de flujo que describe el algoritmo implementado en la ejecución del método SOR.	60

INTRODUCCIÓN

En este capítulo se describe que son y en qué consisten los sistemas iterativos y sus ventajas y desventajas con respecto a otros procedimientos numéricos, además se describe el planteamiento y la formulación aplicada a un problema de mecanismos de cuatro barras donde se usa la fórmula de Freudenstein. Se plantea el modelo matemático para un mecanismo de cuatro barras asociadas a una falange proximal, y el sistema de ecuaciones básicos en la simulación, en el cual se aplicara el método de relajación SOR.

En los métodos iterativos se parte de una aproximación inicial a la solución del sistema dado y se genera, una sucesión de vectores que, si converge, lo hace a la solución del sistema. En el capítulo 2, se presentan las ecuaciones para calcular los términos de la sucesión. Los métodos iterativos más simples y conocidos están basados en *iteraciones* de Punto Fijo. Ver [3] (Ch)

Los sistemas de ecuaciones lineales que son sensibles a pequeños cambios en los datos, se definen como mal condicionados. En la práctica, cuando se requiere resolver un sistema $AX=b$, asociado con un problema de síntesis de mecanismos los datos (coeficientes y términos independientes) no se conocen de manera exacta, debido, en principio a errores de medición, por lo que se dispone realmente de un sistema perturbado.

Por otra parte, aunque los datos se conozcan de manera exacta, al ser entrados al computador serán transformados (por el compilador) en números de máquina, lo que introduce errores de redondeo.

En cualquier caso, interesa saber si tales errores pueden afectar de manera significativa la solución del problema. Una manera de estudiar este comportamiento es a partir del número de condición de la matriz de *coeficientes*.

Un problema se dice bien condicionado si pequeños cambios en los datos introducen pequeños cambios en la solución.

En los problemas de síntesis de mecanismos usando la ecuación de Freudenstein se quiere mostrar el papel relevante que representa el tener conocimiento sobre la existencia de sistemas mal condicionados y cómo implementar soluciones algorítmicas para superar el problema de condicionamiento, y que ayude al refinamiento de la solución.

DESCRIPCIÓN Y FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

La ecuación de Freudenstein es una herramienta muy empleada en las síntesis de mecanismos de cuatro barras. Esta ecuación se utilizará para estudiar el caso que consiste en: determinar las dimensiones de las barras en un cuadrilátero articulado para establecer las relaciones entre sus longitudes y los ángulos que se forman entre las barras, con el objetivo de simular el movimiento de una falange proximal. En el siguiente ejemplo se ilustra la manera de cómo se deduce el sistema de ecuaciones. (Véase la Figura (1)) ver [2] (III).

El problema para el análisis de posición de forma analítica en el mecanismo que muestra en la ecuación (I) para un ángulo de la barra de entrada de 0_0 grados

Datos: $L_1 = 2\text{m}$, $O_1O_2 = 8\text{m}$, $L_2 = 2\text{m}$, $AC = 8\text{m}$, $L_3 = 6\text{m}$, $BC = 8\text{m}$, $L_4 = 4\text{m}$, $L_5 = 1\text{m}$

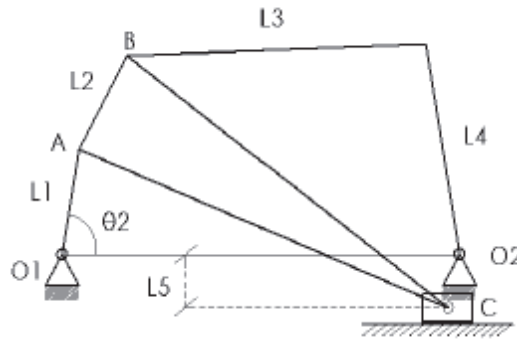


Fig. 1. Mecanismos de Cuatro Barras Ejemplo Básico.

que determinan 9 longitudes y 9 ángulos de los vectores dibujados en el gráfico. De las longitudes conocemos 6, y de los vectores 4, con lo que $18 - 10 = 8$ incógnitas. Para resolverlas 8 ecuaciones escalares linealmente independientes.

$\rho_1 = 2\text{m}$, $\rho_2 = 2\text{m}$, $\rho_3 = ?\text{m}$, $\rho_4 = ?\text{m}$, $\rho_5 = 6\text{m}$, $\rho_6 = 4\text{m}$, $\rho_7 = 6\text{m}$, $\rho_8 = 1\text{m}$, $\rho_9 = ?\text{m}$.

$\theta_1 = 0_0$, $\theta_2 = ?_0$, $\theta_3 = ?_0$, $\theta_4 = ?_0$, $\theta_5 = ?_0$, $\theta_6 = ?_0$, $\theta_7 = 0_0$, $\theta_8 = -90_0$, $\theta_9 = 0_0$

$$\left. \begin{aligned} \vec{r}_1 + \vec{r}_3 &= \vec{r}_8 + \vec{r}_9 \\ 2 + \rho_3 \cos(\theta_3) &= \rho_9 \\ \rho_3 \sin(\theta_3) &= -1 \end{aligned} \right\} (I)$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{r}_4 + \vec{r}_2 &= \vec{r}_3 \\ 2 \cos(\theta_2) + \rho_4 \cos(\theta_4) &= \rho_3 \cos(\theta_3) \\ 2 \sin(\theta_2) + \rho_4 \sin(\theta_4) &= \rho_3 \sin(\theta_3) \end{aligned} \right\} (II)$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{r}_6 + \vec{r}_5 + \vec{r}_2 &= \vec{r}_7 \\ 2 \cos(\theta_2) + 6 \cos(\theta_5) + 4 \cos(\theta_6) &= 6 \\ 2 \sin(\theta_2) + 6 \sin(\theta_5) + 4 \sin(\theta_6) &= 0 \end{aligned} \right\} (III)$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{r}_5 + \vec{r}_9 &= \vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_4 \\ 2 + 2 \cos(\theta_2) + \rho_4 \cos(\theta_4) &= \rho_9 \\ 2 \sin(\theta_2) + \rho_4 \sin(\theta_4) &= -1 \end{aligned} \right\} (IV)$$

Resolviendo el sistema usando métodos tradicionales (Regla de Cramer o Gauss Jordan) se obtiene:

$$\rho_1 = 2\text{m}, \rho_2 = 2\text{m}, \rho_3 = 8\text{m}, \rho_4 = 8\text{m}, \rho_5 = 6\text{m}, \rho_6 = 4\text{m}, \rho_7 = 6\text{m}, \rho_8 = 1\text{m}, \rho_9 = 9,91\text{m}.$$

$$\theta_1 = 0^\circ, \theta_2 = 75,63^\circ, \theta_3 = 173,71^\circ, \theta_4 = 157,47^\circ, \theta_5 = 20,08^\circ, \theta_6 = 88,12^\circ, \theta_7 = 0^\circ, \theta_8 = -90^\circ, \theta_9 = 0^\circ.$$

Ejemplo (1.1) Sistema mal condicionado

El objetivo de presentar este ejemplo es describir el mal condicionamiento de un sistema reflejado después de hacer unos cambios pequeños en los coeficientes del sistema.

En el problema de mal condicionamiento, se tiene un sistema de ecuaciones obtenido a partir de un problema arbitrario en cualquier disciplina de las ciencias expresado como:

$$\begin{aligned} x - 2y &= 1 & (I) \\ x - (2 + \delta)y &= 1 + \delta & (II) \end{aligned}$$

el cual tiene solución $x=-1$ y $y=-1$, además la matriz de coeficientes es

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -(2 + \delta) \end{bmatrix}$$

La cual es no singular y su inversa está dada por

$$A^{-1} = \frac{-1}{\delta} \begin{bmatrix} -(2 + \delta) & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

de modo que $\|A\|_\infty = \max\{1 + 2, 2 + \delta + 1\} = 3 + \delta$ y $\|A^{-1}\|_\infty = \frac{4 + \delta}{\delta}$

por lo tanto el número de condición estará dado por

$$\|A\|_{\infty}\|A^{-1}\|_{\infty} = \frac{(3 + \delta)(4 + \delta)}{\delta}$$

Si $\delta = 10^{-6}$, entonces el número de condición será

$$\|A\|_{\infty}\|A^{-1}\|_{\infty} = 12(10^6) + 7 + 10^{-6} \approx 12(10^6)$$

De modo que A es mal condicionado, lo cual trae consecuencias que a pequeños cambios en los términos independientes alteren la solución de modo considerable, en efecto el sistema es ahora

$$\begin{array}{rcl} x & -2y & = 1 \quad (I) \\ x & -(2 + \delta)y & = 1 + 2\delta \quad (II) \end{array}$$

cuya solución ahora es $x=3$, $y=-2$, la cual está muy alejada de la solución anterior era $x=-1=y$.

PLANTEO MATEMÁTICO PARA EL PROXIMAL DEL DEDO ÍNDICE

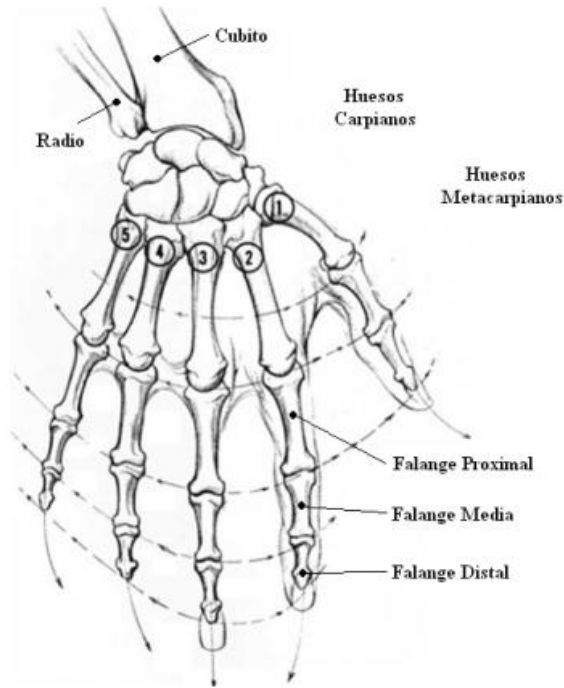


Fig. 2. Fisiología de una mano humana ver [1] (Édgar Alfredo Portilla Flores, Junio de 2010)

Las manos robóticas [1] (Édgar Alfredo Portilla Flores, Junio de 2010) requieren un trabajo especial de diseño debido a su capacidad de operación: la flexión de todos los dedos y la movilidad del pulgar. Las soluciones no son fáciles y, por lo general, requieren de sistemas de engranajes, o actuadores poco comunes, muy miniaturizados, y diversos tipos de implementaciones para los tendones artificiales.

El uso principal de las manos ver [1] (Édgar Alfredo Portilla Flores, Junio de 2010) es el de tomar y sostener objetos, aunque de estos usos generales derivan muchos más, debido a la gran versatilidad de movimiento del que es capaz la mano, así como por la precisión que puede alcanzar en estos movimientos, [14], [15]. Para simular mecánicamente estas funciones, se utiliza, por ejemplo, mecanismos de cuatro barras para el desarrollo de dedos robóticos. Si se asume que todos los dedos, excepto el pulgar, son similares en su funcionamiento se podría reproducir los dedos necesarios para la construcción de una mano robótica.

En Avilés et al [11], se presenta el diseño y construcción de un dedo robótico ver [1] (Édgar Alfredo Portilla Flores, Junio de 2010) , cuya entrada es un tornillo sin fin, para conversión de movimiento rotacional en lineal; así mismo, se construye el dedo a partir del modelo obtenido de las simulaciones en CAD . Se llevan a cabo, mediciones de posición en el prototipo construido, las cuales se comparan con las obtenidas mediante simulación en CAD. El mecanismo actuador está integrado por dos elementos cruzados de cuatro barras acoplados entre ellos (figura 3), donde la falange

distal, media y proximal se denominan F3, F2 y F1 respectivamente. En la figura 4 se puede observar el mecanismo actuador representado mediante pares giratorios (clase V). El eslabón de entrada AB (clase IV), se desplaza en forma lineal, provocando el movimiento del mecanismo DHIEJ mediante el par rotacional C; así mismo el par rotacional K activa el segundo mecanismo GFML, con el fin de describir la trayectoria de un dedo de la mano humana.

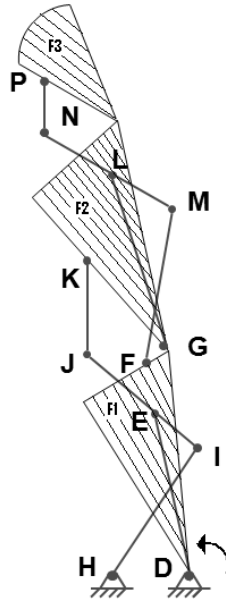


Fig. 3. Mecanismo del dedo índice ver [1] (Édgar Alfredo Portilla Flores, Junio de 2010)

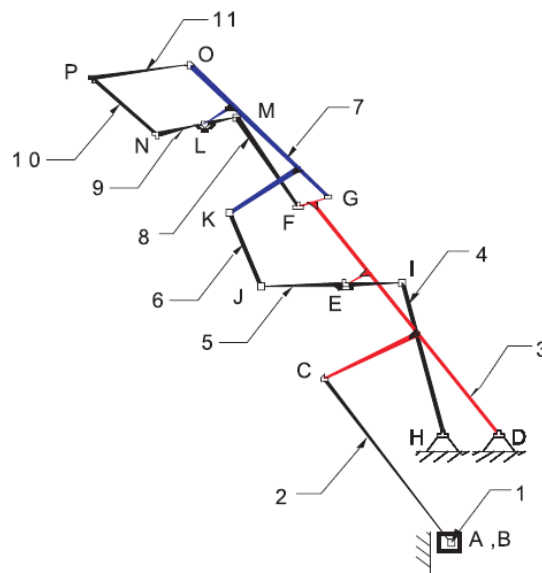


Fig. 4. Mecanismo analítico del dedo índice ver [1] (Édgar Alfredo Portilla Flores, Junio de 2010)

En este artículo ver [1] (Édgar Alfredo Portilla Flores, Junio de 2010) se presenta el mecanismo cruzado de cuatro barras que se observa en la figura 10, y que equivale a la falange proximal F1, del dedo, donde HD es el eslabón fijo, DE es el eslabón de entrada, IE el eslabón acoplador y HI es el eslabón de salida, figura 4, el análisis de la falange media y distal se realiza de la misma forma, pues son una extensión del mecanismo que aquí se presenta.

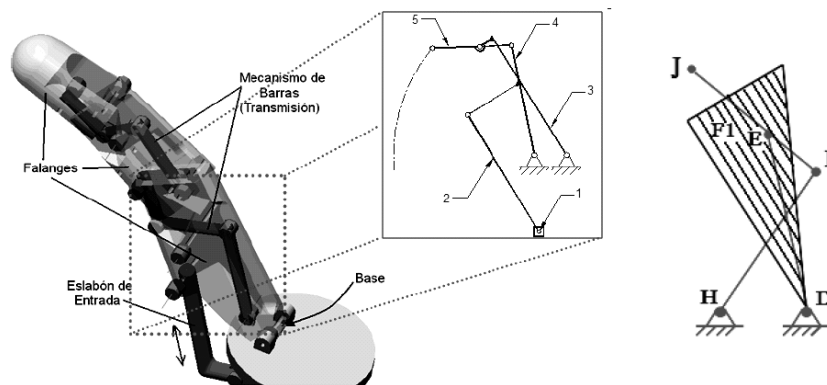


Fig. 5. Mecanismo de la proximal del dedo índice

Ver [11] y ver [1] (Édgar Alfredo Portilla Flores, Junio de 2010)

DISEÑO DEL MECANISMO DE CUATRO BARRAS

Considérese el mecanismo cruzado de cuatro barras ver [1] (Édgar Alfredo Portilla Flores, Junio de 2010) de la figura 5, representado vectorialmente en la figura 6. Como se puede observar, este mecanismo forma una cadena cinemática cerrada. Con el propósito de hacer el análisis de posición, se consideró el ángulo de entrada θ_3 , tomando al eslabón r_4 fijo.

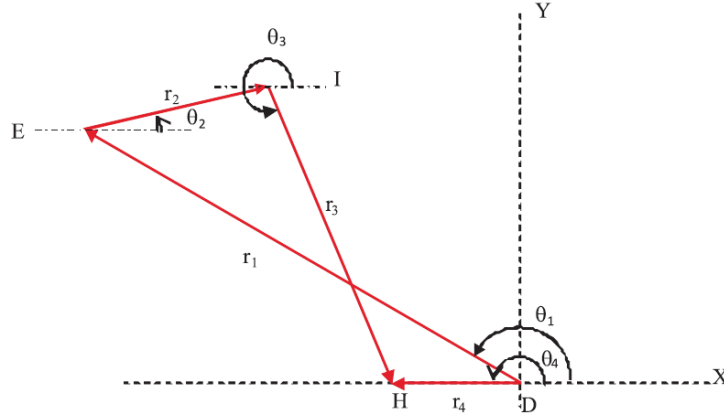


Fig. 6. Mecanismo Cruzado de Cuatro Barras ver [1] (Édgar Alfredo Portilla Flores, Junio de 2010)

Sea la ecuación de cierre de mecanismo o de circuito siguiente:

$$\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3 - \vec{r}_4 = 0 \quad (1)$$

Expresada en términos de los componentes X e Y, y considerando que el mecanismo debe cumplir con las posiciones deseadas, se tiene entonces que:

Componentes en X:

$$r_1 \cos(\theta_{1i}) + r_2 \cos(\theta_{2i}) + r_3 \cos(\theta_{3i}) - r_4 \cos(\theta_4) = 0 \quad (2)$$

Componentes en Y:

$$r_1 \sin(\theta_{1i}) + r_2 \sin(\theta_{2i}) + r_3 \sin(\theta_{3i}) - r_4 \sin(\theta_4) = 0 \quad (3)$$

Donde el subíndice i corresponde a la i -ésima posición de precisión que debe cumplir el mecanismo. Por otra parte, de la figura 10 se observa que al ser fijo el eslabón r_4 , su ángulo es constante y de valor conocido, es decir $\theta = 4\pi$. Por lo tanto, se obtiene:

$$r_1 \cos(\theta_{1i}) + r_2 \cos(\theta_{2i}) + r_3 \cos(\theta_{3i}) + r_4 = 0 \quad (4)$$

$$r_1 \sin(\theta_{1i}) + r_2 \sin(\theta_{2i}) + r_3 \sin(\theta_{3i}) = 0 \quad (5)$$

Para encontrar la relación entre el ángulo de entrada θ_3 y el ángulo de salida θ_1 , se debe eliminar el ángulo del eslabón acoplador θ_2 .

$$r_2 \cos(\theta_{2i}) = -r_1 \cos(\theta_{1i}) - r_3 \cos(\theta_{3i}) - r_4 \quad (6)$$

$$r_2 \sen(\theta_{2i}) = -r_1 \sen(\theta_{1i}) - r_3 \sen(\theta_{3i}) \quad (7)$$

Elevando al cuadrado ambos términos de la igualdad y sumando ambas ecuaciones se tiene que:

$$r_2^2 \cos^2(\theta_{2i}) + r_2^2 \sen^2(\theta_{2i}) = (-r_1 \cos(\theta_{1i}) - r_3 \cos(\theta_{3i}) - r_4)^2 + (-r_1 \sen(\theta_{1i}) - r_3 \sen(\theta_{3i}))^2 \quad (8)$$

$$r_2^2 = r_3^2 + r_1^2 + r_4^2 + 2r_1r_3 \cos(\theta_{1i} - \theta_{3i}) + 2r_4r_1 \cos(\theta_{1i}) + 2r_3r_4 \cos(\theta_{3i}) \quad (9)$$

Deja en evidencia el término que involucra las variables de entrada y de salida:

$$\cos(\theta_{1i} - \theta_{3i}) = -\frac{r_4}{r_3} \cos(\theta_{1i}) - \frac{r_4}{r_1} \cos(\theta_{3i}) + \frac{r_2^2 - r_1^2 - r_3^2 - r_4^2}{2r_1r_3} \quad (10)$$

Definiendo las variables k_1 , k_2 y k_3

$$k_1 = -\frac{r_4}{r_3}, k_2 = -\frac{r_4}{r_1}, k_3 = \frac{r_2^2 - r_1^2 - r_3^2 - r_4^2}{2r_1r_3} \quad (11)$$

La ecuación (10) se convierte en

$$\cos(\theta_{1i} - \theta_{3i}) = k_1 \cos(\theta_{1i}) + k_2 \cos(\theta_{3i}) + k_3 \quad (12)$$

La cual se puede reescribir de la siguiente manera:

$$\cos(\theta_{1i} - \theta_{3i}) - k_1 \cos(\theta_{1i}) - k_2 \cos(\theta_{3i}) - k_3 = 0 \quad (13)$$

Siendo (13) la *ecuación de Freudenstein* ver [1] (Édgar Alfredo Portilla Flores, Junio de 2010)

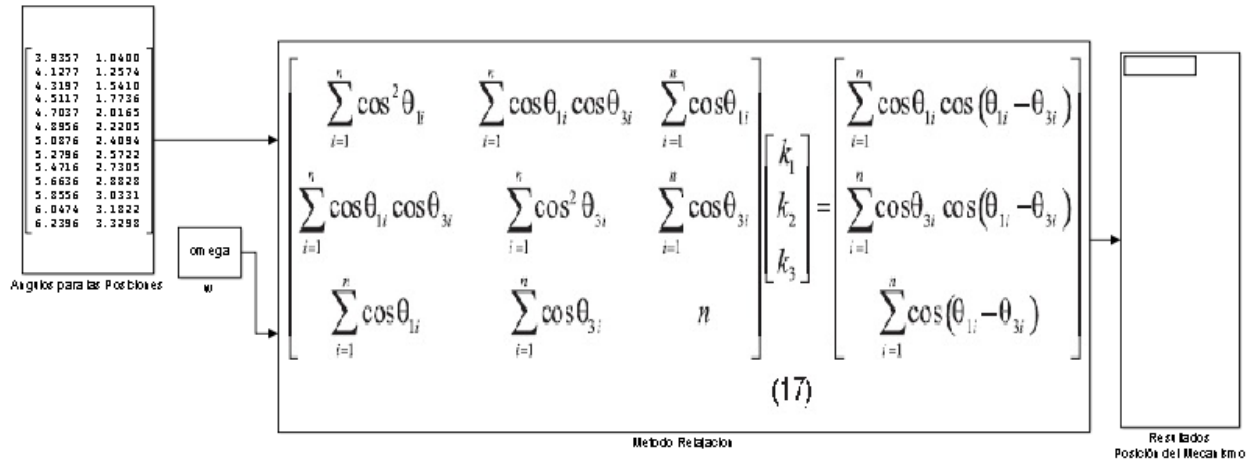


Fig. 7. Máscara de Simulink para la simulación del sistema de ecuaciones generado al usar la ecuación de Freudenstein y con parámetro omega variable.

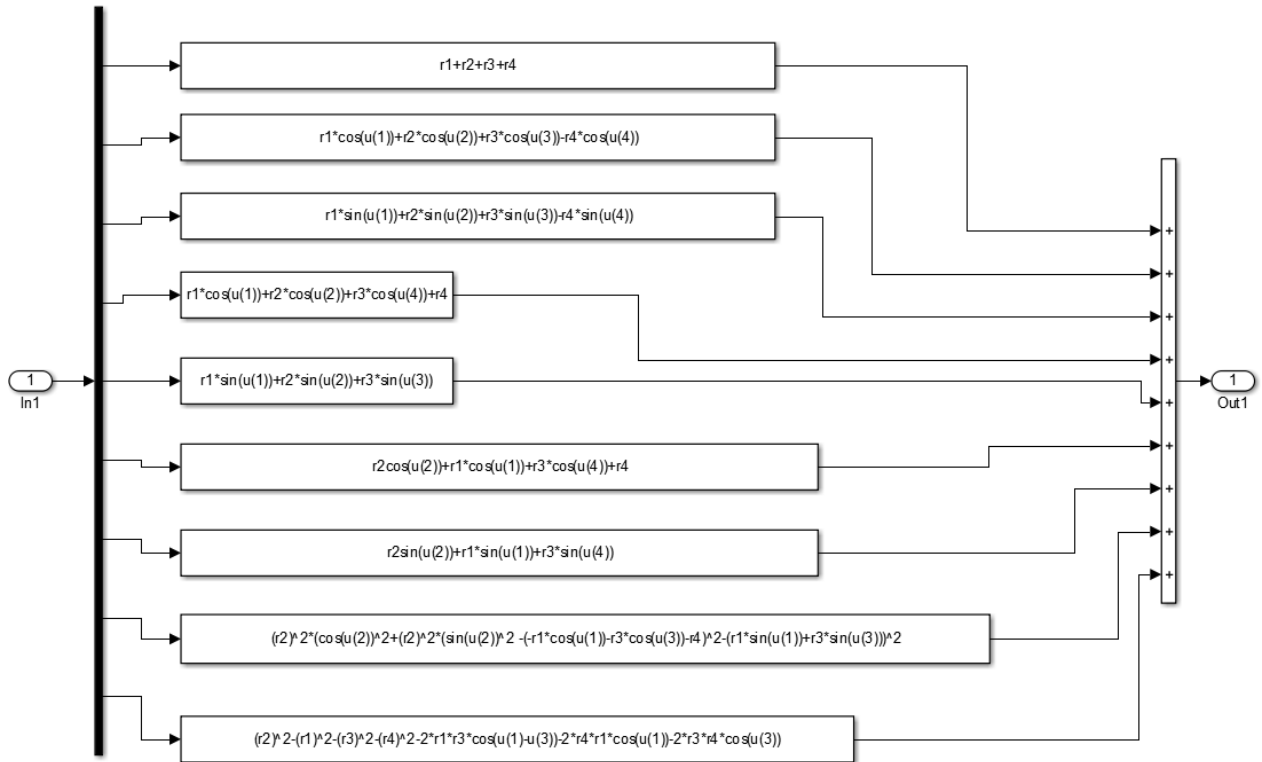


Fig. 8. Parte interna de la Máscara usado en el Modelo de Simulación para la ecuación de Freudenstein.

MINIMIZACIÓN DEL ERROR EN LAS POSICIONES

Con el propósito de obtener un mínimo de error, en las posiciones que debe cumplir el mecanismo actuador, se aplica el método de mínimos cuadrados. Sea la función D , definida en términos de la ecuación que establece las posiciones del mecanismo actuador, es decir: (ver [1] (Édgar Alfredo Portilla Flores, Junio de 2010) pág. 12

$$D = \sum_{i=1}^n \left[\cos(\theta_{1i} - \theta_{3i}) - k_1 \cos(\theta_{1i}) - k_2 \cos(\theta_{3i}) - k_3 \right]^2 \quad (14)$$

Tomando en cuenta, que se debe minimizar el error en las posiciones que debe cumplir el mecanismo actuador y observando la dependencia matemática de la función D de los parámetros k 's definidos en la ecuación (11). Se debe cumplir para obtener el menor error entre los ángulos deseados:

$$0 = \frac{\partial D}{\partial k_1}, 0 = \frac{\partial D}{\partial k_2}, 0 = \frac{\partial D}{\partial k_3} \quad (15)$$

Desarrollando cada una de las derivadas parciales, se obtiene:

$$\begin{aligned} 0 = \frac{\partial D}{\partial k_1} &= 2k_1 \sum_{i=1}^n \cos^2(\theta_{1i}) + 2k_2 \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{1i}) \cos(\theta_{3i}) + 2k_3 \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{1i}) - 2 \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{1i}) \cos(\theta_{1i} - \theta_{3i}) \\ 0 = \frac{\partial D}{\partial k_2} &= 2k_2 \sum_{i=1}^n \cos^2(\theta_{3i}) + 2k_1 \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{1i}) \cos(\theta_{3i}) + 2k_3 \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{3i}) - 2 \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{3i}) \cos(\theta_{1i} - \theta_{3i}) \\ 0 = \frac{\partial D}{\partial k_3} &= 2nk_3 + 2k_1 \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{1i}) + 2k_2 \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{3i}) - 2 \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{1i} - \theta_{3i}) \end{aligned} \quad (16)$$

Expresando las ecuaciones (16), en forma matricial, se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \cos^2(\theta_{1i}) & \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{1i}) \cos(\theta_{3i}) & \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{1i}) \\ \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{1i}) \cos(\theta_{3i}) & \sum_{i=1}^n \cos^2(\theta_{3i}) & \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{3i}) \\ \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{1i}) & \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{3i}) & n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{1i}) \cos(\theta_{1i} - \theta_{3i}) \\ \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{3i}) \cos(\theta_{1i} - \theta_{3i}) \\ \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{1i} - \theta_{3i}) \end{bmatrix} \quad (17)$$

Donde los coeficientes k_1 , k_2 y k_3 son los coeficientes de la ecuación de *Freudenstein*. Al resolver el sistema de ecuaciones dado por (17), y proponiendo un valor para el eslabón fijo r_4 se pueden determinar la longitud de los demás eslabones ver [1] (Édgar Alfredo Portilla Flores, Junio de 2010).

OBJETIVOS

OBJETIVO GENERAL

El objetivo es implementar el algoritmo de SOR y hacer una elección (en forma experimental) del parámetro omega en la solución numérica de sistemas de ecuaciones mal condicionados, implicados en el diseño y construcción de un dedo falange proximal donde se formula la ecuación de Freudenstein, para obtener la solución numérica a un problema de mecanismos de cuatro barras.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Implementar un algoritmo para obtener un refinamiento iterado con t dígitos correctos.
- Reducir el número de condición y los residuales obtenidos en el sistema de ecuaciones que describen el mecanismo.
- Realizar un análisis del error para los resultados obtenidos al aplicar el algoritmo de refinamiento vs los resultados proporcionados por el artículo base del problema. Ver [1] (Édgar Alfredo Portilla Flores, Junio de 2010)

IMPORTANCIA DE LA INVESTIGACIÓN

El éxito que ha tenido el hombre en su evolución, se debe a la increíble habilidad que posee para explorar y estudiar el mundo que lo rodea. Esta tarea se debe en gran parte, a la capacidad de manipulación del ser humano. Con la mano, se puede agarrar, sostener y manipular objetos con gran destreza, haciendo de ella, una herramienta importante en el desempeño de las tareas del diario vivir ver [1](Édgar Alfredo Portilla Flores, Junio de 2010)

Este trabajo de investigación se apoya en diversas herramientas matemáticas y tiene una base eminentemente experimental.

La ciencia y la ingeniería para ser consecuente con su función general requieren de la modelación de fenómenos que se representan usando conceptos físicos y matemáticos. Por tanto, un medio de simulación experimental es importante porque:

- Permite desarrollar una comprensión más detallada (causal) del fenómeno dinámico que se requiere al modelar una mano biomecánica.
- Ahorra tiempo y dinero porque se reduce al mínimo el trabajo experimental de los montajes en el banco de pruebas.

- Sería relativamente rápido y fácil el ajuste de los parámetros del modelo si se tratase con otro tipo de referencia. Además, sería posible simular entornos de operación diferentes (condiciones ambientales), parámetros de diseño (geometría de la articulación, etc.)
- Sirve como plataforma de simulaciones para probar los algoritmos de convergencia en sistemas más complejos en el desarrollo de manos robóticas.

HIPÓTESIS O PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

- ¿Es posible ante cambios muy pequeños en los ángulos de entrada y salida mantener un sistema bien condicionado para problemas de mecanismos con cuatro barras usando la ecuación de Freudenstein?
- ¿Cómo se comportan los residuales en el proceso numérico de SOR ante el caso de mal condicionamiento en problemas de mecanismos donde su solución está desarrollada a partir de la ecuación de Freudenstein?
- A partir del modelo matemático obtenido de la Falange Proximal y su montaje simulado, ¿es posible aplicarle procesos iterativos de relajamiento recursivo y estudiar su desempeño en la estimación de la posición de los eslabones para un mecanismo de cuatro barras?

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

INTRODUCCIÓN

Este capítulo contempla algunos conceptos básicos sobre los sistemas de ecuaciones lineales y sistemas de mecanismos de cuatro barras. En la teoría sobre sistemas de aproximación numérica para un sistema de ecuaciones lineales se anunciarán los conceptos más relevantes y los conceptos restantes se dará una referencia apropiada para disponer teóricamente de ellos.

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Sistemas de ecuaciones de la forma:

$$\begin{array}{ccccccc} a_{11}x_1 & + & a_{12}x_2 & + \cdots & + & a_{1n}x_n & = & b_1 \\ a_{21}x_1 & + & a_{22}x_2 & + \cdots & + & a_{2n}x_n & = & b_2 \\ & & \vdots & & & \vdots & & \\ a_{n1}x_1 & + & a_{n2}x_2 & + \cdots & + & a_{nn}x_n & = & b_n \end{array} \quad (18)$$

donde a_{ij}, b_j son constantes y x_j son las incógnitas. Se dice que el sistema tiene n ecuaciones con n incógnitas o simplemente que es de nxn .

En la notación a_{ij} , i se refiere al renglón, y j se refiere a la columna donde está ubicado el elemento correspondiente. Ver la referencia [3] (Ch)

MATRICES

El sistema de ecuaciones lineales se puede escribir en forma matricial si:

i) La matriz de coeficientes:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \quad (19)$$

ii) La matriz de incógnitas:

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \quad (20)$$

iii) La matriz de términos independientes o resultados:

$$B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} \quad (21)$$

Entonces el sistema es equivalente a la ecuación matricial:

$$A \cdot X = B \quad (22)$$

donde el producto indicado AX es el producto de matrices.

Para un vector n dimensional $[X] = [x_1 \ x_2, \dots, x_n]$, una norma euclidiana se calcularía:

$$\|X\|_e = \sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2} \quad (23)$$

Para una matriz:

$$\|A\|_e = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{i,j}^2} \quad (24)$$

Para vectores existen alternativas llamadas normas p que representar por:

$$\|X\|_p = \left(\sum_{i=1}^n |x_i|^p \right)^{1/p} \quad (25)$$

Otros ejemplos importantes son

$$\|X\|_1 = \sum_{i=1}^n |x_i|; \text{ representa la norma como la suma de los valores absolutos de los elementos.}$$

La norma magnitud-máxima o norma vector-uniforme:

$$\|X\|_{\infty} = \max_{1 \leq i \leq n} |x_i| ; \text{ La cual define la norma como el elemento con el mayor valor absoluto.}$$

$\|X\|_1 = \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^n |a_{i,j}|$; Sumatoria de los valores absolutos de los coeficientes para cada columna, la mayor de éstas se toma como la norma.

Norma matriz-uniforme o norma reglón-suma:

$$\|X\|_{\infty} = \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^n |a_{ij}| \quad (26)$$

Numero de condición de una matriz

Se puede definir como:

$$\text{cond}[A] = \|A\| \cdot \|A^{-1}\| \quad (27)$$

donde $\text{cond}(A)$ se llamará número de condición de una matriz A . Obsérvese que para una matriz éste número será mayor o igual a 1.

$$\frac{\|\Delta X\|}{\|X\|} \leq \text{cond}[A] \frac{\|\Delta A\|}{\|A\|} \quad (28)$$

es decir, el error relativo de la norma de la solución calculada puede ser tan grande como el error relativo de la norma de los coeficientes de A , multiplicada por el número de condición.

ELIMINACIÓN GAUSSIANA

Este método se aplica para resolver sistemas lineales de la forma:

$$A \cdot X = B \quad (22)$$

El método de eliminación Gaussiana (simple), consiste en escalonar la matriz aumentada del sistema:

$$(A:B) \quad (29)$$

para obtener un sistema equivalente:

$$\begin{array}{ccccccc} \alpha_{11}x_1 & +\alpha_{12}x_2 & +\cdots & +\alpha_{1n}x_n & = & b_1 \\ & \alpha'_{22}x_2 & +\cdots & +\alpha'_{2n}x_n & = & b'_2 \\ & & & \vdots & & \\ & & & \alpha'_{nn}x_n & = & b'_n \end{array} \quad (30)$$

donde la notación α'_{ij} se usa simplemente para denotar que el elemento α_{ij} cambió. Se despejan las incógnitas comenzando con la última ecuación y hacia arriba. Por esta razón, muchas veces se dice que el método de eliminación Gaussiana consiste en la eliminación hacia adelante y sustitución hacia atrás. Ver la referencia [3] (Ch)

Los métodos numéricos para la solución de un sistema de ecuaciones lineales se clasifican en dos tipos: **directos** e **iterativos**.

Los **métodos directos** proporcionan una solución del sistema en un número finito de pasos. Los métodos directos más usados tienen como base la **eliminación de Gauss**. Ver la referencia [3] (Ch)

En los **métodos iterativos** se parte de una aproximación inicial a la solución del sistema dado y se genera, a partir de dicha aproximación, una sucesión de vectores que, si converge, lo hace a la solución del sistema. Los métodos iterativos más simples y conocidos están basados en **iteraciones de Punto Fijo**. Ver la referencia [3] (Ch)

Hay sistemas de ecuaciones lineales sensibles a pequeños cambios en los datos; de tales **sistemas** decimos que están **mal condicionados**. Ver la referencia [3] (Ch)

En la práctica, por lo general, cuando se requiere resolver un sistema $AX = b$, asociado con un problema en cualquier disciplina, los datos (coeficientes y términos independientes) no se conocen de manera exacta, debido por ejemplo a errores de medición, es decir, se dispone realmente de un sistema perturbado. Por otra parte, aunque los datos se conozcan de manera exacta, éstos al ser entrados al computador serán transformados (por el compilador) en números de máquina, lo que introduce errores de redondeo. En cualquier caso, interesa saber si tales errores pueden afectar de manera significativa la solución del problema. Una manera de estudiar estos comportamientos es a través del **número de condición** de la matriz de coeficientes del sistema. Ver la referencia [3] (Ch)

SISTEMAS MAL CONDICIONADOS Y NÚMERO DE CONDICIÓN DE UNA MATRIZ

Definición 2.1 de problema mal condicionado

La solución exacta de un sistema de ecuaciones depende de si este sistema está bien condicionado o si no lo está. Sarker Weiner y Jain ver [6] definen un problema bien condicionado si se cumplen las siguientes condiciones:

1. La solución X existe para cada elemento b del espacio de Hilbert B .
2. La solución X es única.
3. Pequeñas perturbaciones en b producen pequeñas perturbaciones en X sin necesidad de imponer restricciones adicionales.

Si cualquiera de las condiciones anteriores no se cumplen entonces el problema debe clasificarse de mal condicionado.

En otros términos un sistema se dice **bien condicionado** si "pequeños" cambios en los datos introducen, correspondientemente, un cambio "pequeño" en la solución. El buen o mal condicionamiento de un problema es inherente al problema y no depende del algoritmo empleado para resolverlo.

El objetivo siguiente es desarrollar una teoría que permita estudiar el condicionamiento de un sistema lineal $AX = b$. Ver la referencia [3] (Ch)

Empezamos con la siguiente definición:

Definición 2.2 Si X es la solución exacta de un sistema lineal $AX = b$, invertible, $b \neq 0$ y \tilde{X} es una solución aproximada de dicho sistema, entonces llamamos **vector error** de \tilde{X} con respecto a X al vector E definido por

$$E = \tilde{X} - X \quad (31)$$

Y vector error residual correspondiente a la solución aproximada \tilde{X} , al vector R definido por

$$R = A\tilde{X} - b \quad (32)$$

Observe que E usualmente no se conoce (pues X **no** se conoce), mientras que R siempre puede conocerse.

Como $R = A\tilde{X} - b$, entonces R mide hasta dónde la solución aproximada \tilde{X} satisface el sistema $AX = b$. Observe que \tilde{X} es tal que $A\tilde{X} = R + b$, es decir, \tilde{X} es solución de una perturbación del sistema $AX = b$. Ver la referencia [3] (Ch)

METODO DE GAUSS-SEIDEL

El método de Gauss-Seidel, es un método iterativo y por lo mismo, resulta ser un método bastante eficiente. Con nuestro sistema de ecuaciones:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \quad (1)$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \quad (2)$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n \quad (n)$$

De la ecuación 1 despejemos x_1 , de la ecuación 2 x_2 , ..., de la ecuación n x_n . Esto da el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{b_1 - a_{12}x_2 - \dots - a_{1n}x_n}{a_{11}} \\ x_2 &= \frac{b_2 - a_{21}x_1 - \dots - a_{2n}x_n}{a_{22}} \\ &\vdots \\ x_n &= \frac{b_n - a_{n1}x_1 - \dots - a_{nn-1}x_{n-1}}{a_{nn}} \end{aligned} \quad (33)$$

Este último conjunto de ecuaciones son las que forman nuestras fórmulas iterativas. Para comenzar el proceso iterativo, el valor de cero a las variables x_2, \dots, x_n ; esto nos dará un primer valor para x_1 . Más precisamente, que:

$$x_1 = \frac{b_1}{a_{11}} \quad (34)$$

Enseguida, este valor de x_1 en la ecuación 2, y las variables x_3, \dots, x_n siguen teniendo el valor de cero. Esto da el siguiente valor para x_2 :

$$x_2 = \frac{b_2 - a_{21} \left(\frac{b_1}{a_{11}} \right)}{a_{22}} \quad (35)$$

Estos últimos valores de x_1 y x_2 , se sustituyen en la ecuación 3, mientras que x_4, \dots, x_n siguen teniendo el valor de cero; y así sucesivamente hasta llegar a la última ecuación. Todo este pasó, nos arroja una lista de primeros valores para nuestras incógnitas, la cual conforma nuestro primer paso en el proceso iterativo. Digamos que tenemos:

$$\begin{aligned} x_1 &= \alpha_1 \\ x_2 &= \alpha_2 \\ &\vdots \\ x_n &= \alpha_n \end{aligned} \quad (36)$$

Nuevamente se repetir el proceso, pero ahora sustituyendo estos últimos datos en vez de ceros como al inicio, se tiene una segunda lista de valores para cada una de las incógnitas. Por lo tanto ahora se tiene:

$$\begin{aligned} x_1 &= \beta_1 \\ x_2 &= \beta_2 \\ &\vdots \\ x_n &= \beta_n \end{aligned} \quad (37)$$

En este momento, se logra calcular los errores aproximados relativos, respecto a cada una de las incógnitas. Así, tenemos la lista de errores como sigue:

$$\begin{aligned} |\epsilon_{a,1}| &= \left| \frac{\beta_1 - \alpha_1}{\beta_1} \times 100\% \right| \\ |\epsilon_{a,2}| &= \left| \frac{\beta_2 - \alpha_2}{\beta_2} \times 100\% \right| \\ &\vdots \\ |\epsilon_{a,n}| &= \left| \frac{\beta_n - \alpha_n}{\beta_n} \times 100\% \right| \end{aligned} \quad (38)$$

El proceso se vuelve a repetir hasta que:

$$|\epsilon_{a,i}| < \epsilon_s, \quad \forall i = 1, 2, \dots, n$$

Donde ϵ_s es una cota suficiente prefijada. Ver la referencia [3] (Ch)

ALGORITMO DE GAUSS-SEIDEL

ENTRADAS: A , b , $X^{(0)}$ "Vector de Inicio", Tol "Tolerancia", $\|\cdot\|_\infty$ "Norma Infinita"

SALIDAS: Mensaje "la solución del sistema lineal es= X "

PROCESO

1PASO: $D \leftarrow \text{Diag}(A)$, $L \leftarrow -\Delta \downarrow(A)$, $U \leftarrow -\Delta \uparrow(A)$, $X \leftarrow X^{(0)}$

2PASO:[Ciclo] Para $i = 0$ hasta n realice

3PASO: $M_g \leftarrow (D - L)^{-1} U$, $B_g \leftarrow (D - L)^{-1} b$;

4PASO: $X \leftarrow M_g X + B_g$;

Fin del Para

PASO FINAL: Mensaje "la solución del sistema lineal es= X "

METODO SOR (SUCCESSION OVER-RELAXATION)

Este método fue ideado para acelerar la convergencia del método Gauss-Seidel. La idea del método es que para producir un nuevo valor X_i^k se pondera los valores X_i^k actual, obtenido por Gauss-Seidel, y X_i^{k-1} anterior.

A partir de $Ax = b$, y $A = D - L - U$. Es posible demostrar del teorema de punto fijo que $x^{k+1} = g(x^k)$, se puede deducir la fórmula general de Gauss-Seidel denominada método de SOR. Ella es:

$$x^{k+1} = (D - \omega L)^{-1} [(1 - \omega) D + \omega U] x^k + \omega (D - \omega L)^{-1} b$$

También conocida como El método iterado de SOR en forma matricial, el cual converge si $\rho(T_\omega) < 1$.

El parámetro ω es llamado de aceleración. Para valores de $0 < \omega < 1$ el método se denomina de sub-relajación y se puede usar para obtener convergencia en algunos sistemas para los cuales el método de Gauss-Seidel no converge. (Ver teorema 2.4)

Si $1 < \omega < 2$ el método se denomina de sobre-relajación y se puede usar para acelerar la convergencia en algunos sistemas que son convergentes por el método de Gauss-Seidel. Ver la referencia [3] (Ch)

ANÁLISIS DE CONVERGENCIA

Las propiedades de convergencia del Gradiente conjugado están estrechamente vinculadas a la distribución de los valores propios de la matriz A . De manera general, decir que convergerá rápidamente si los valores propios de A están agrupados cerca de 1 o si el número de condición es cercano o próximo a 1, de no ser así puede converger lentamente o no converger.

Para el caso de matrices simétricas y definidas-positivas es posible acotar el residual como sigue:

$$\|r_i\| \leq \left(\frac{\text{cond}_2(A)^2 - 1}{\text{cond}_2(A)^2} \right)^{\frac{1}{2}} \|r_0\|, \quad (39)$$

donde $\text{cond}_2(A) = \|A\|_2 \|A^{-1}\|_2$ denota el número de condición de la matriz A .

Los métodos iterativos se combinan con reacondicionamiento con el fin de alcanzar una convergencia más rápida. Ver la referencia [3] (Ch)

Teorema (2.1). El método de Gauss-Seidel converge a la solución del sistema si se cumple la condición de que la matriz de coeficientes del sistema sea una matriz *diagonalmente dominante*, es decir, si se cumple la siguiente condición:

$$|a_{ii}| > \sum_{j \neq i} |a_{ij}|, \text{ para cada } i = 1, 2, \dots, n \quad (40)$$

La condición de ser una matriz diagonalmente dominante simplemente significa que los elementos de la diagonal son mayores (en valor absoluto) que la suma de los valores absolutos de los demás

elementos del mismo renglón. Cuando la matriz es diagonalmente dominante, el método de Gauss-Seidel converge a la solución del sistema. Ver la referencia [3] (Ch)

Sin embargo, la condición de la matriz diagonalmente dominante, solamente es una condición suficiente pero no necesaria, es decir, existen sistemas de ecuaciones que *no* cumplen con la condición y convergen a la solución. También existen sistemas de ecuaciones que *no* cumplen con la condición y que *no* convergen a la solución.

Teorema (2.3). Para cualquier X^0 en el espacio n -dimensional, la sucesión $\{X^k\}_k$ definida por la fórmula de iteración $X^k = BX^{k-1} + c$ converge a una única solución X del sistema $X = BX + C$ si y sólo si $\rho(B) < 1$. Ver referencia [3] (Ch)

Teorema 2.4. Si A es una matriz real, simétrica y definida positiva, entonces el método de SOR converge a la única solución X del sistema $AX = B$ para cualquier elección de la aproximación X^0 en el espacio de n dimensiones y cualquier valor de ω con $0 < \omega < 2$. Ver referencia [3] (Ch)

CINEMÁTICA DE MECANISMOS

Básicamente la cinemática de máquinas estudia la posición y su relación con el tiempo. Específicamente interesa la posición, la velocidad y la aceleración de los puntos con la posición angular, la velocidad angular y la aceleración angular de los cuerpos sólidos. Ver [4] (RODRIGUEZ)

El movimiento lineal y el movimiento angular son suficientes para describir la posición, la velocidad y la aceleración de los cuerpos sólidos. La mayor parte se refiere a la cinemática de los mecanismos, en donde el objetivo principal es el estudio de la geometría del movimiento.

MECANISMOS

Son ensamblajes de elementos sólidos conectados por uniones que se mueven uno sobre otro con un movimiento relativo definido.

MÁQUINAS

Es un dispositivo o conjunto de mecanismos que transforman o transmiten energía (de diferentes sustancias, vapor, agua, mezcla de combustibles), desde su fuente de energía hasta la resistencia que deben vencer.

ESLABÓN

Los cuerpos sólidos que forman parte de un mecanismo se denominan (eslabones). Un eslabón tiene dos o más pares o elementos de conexión, por medio de los cuales se pueden unir a otros elementos con el fin de transmitir fuerza o movimiento.

Los cuerpos sólidos que forman parte de un mecanismo se denominan (eslabones). Un eslabón tiene dos o más pares o elementos de conexión, por medio de los cuales se pueden unir a otros elementos con el fin de transmitir fuerza o movimiento.

Un eslabón tiene en ambos extremos la posibilidad de conectarse con otros dos eslabones. Sin embargo, esto se puede extender a tres o cuatro o incluso hasta más conexiones, como se muestra en la figura 9.

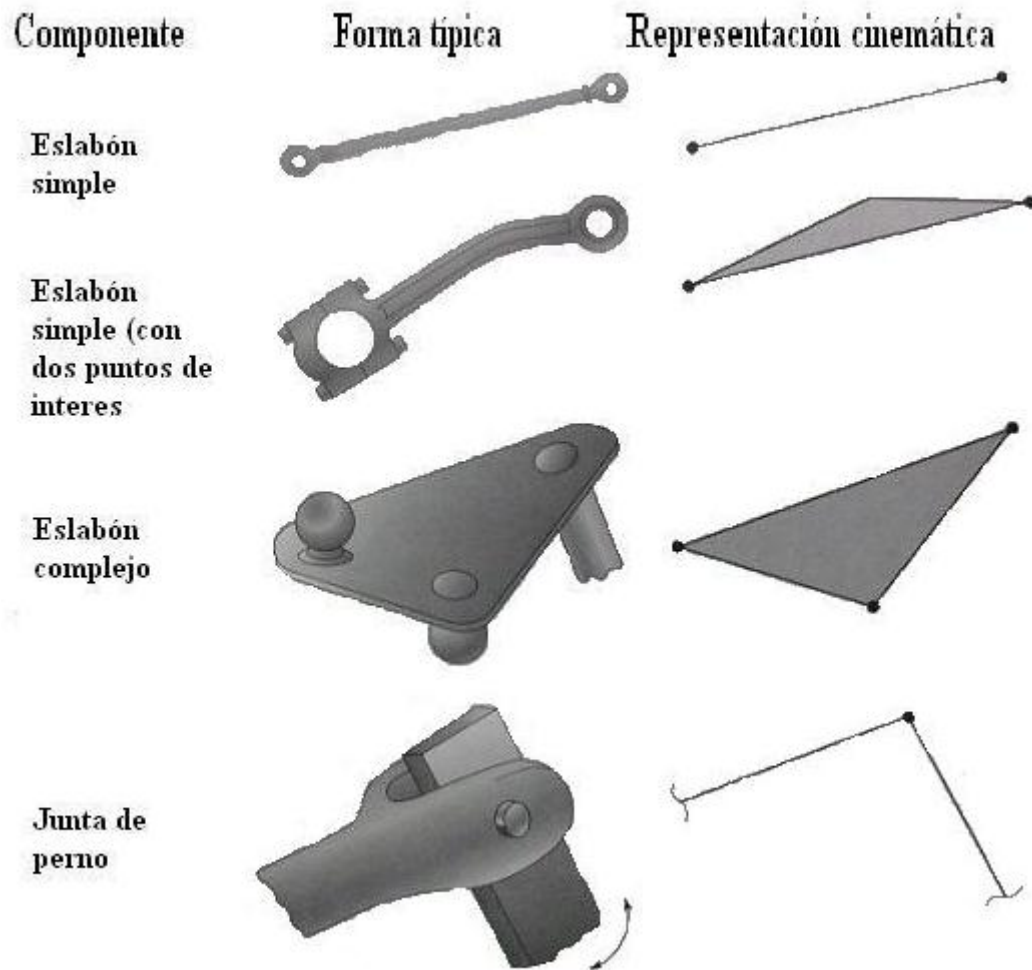


Fig. 9. Tipos de Eslabones en un mecanismo ver [4] (RODRIGUEZ, s.f.)

Algunos eslabones conocidos son: el cigüeñal, la biela, el pistón, el rodillo, el engrane, etc. Como se muestra en la figura 9.

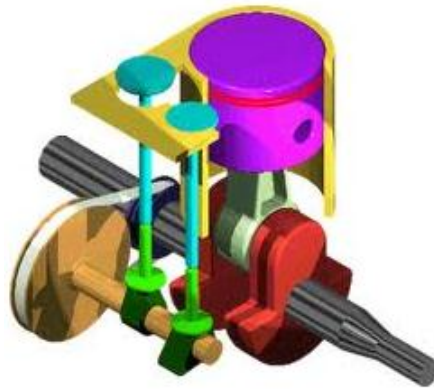


Fig. 10. Mecanismo de manivela-biela-corredera ver [4] (RODRIGUEZ, s.f.)

Ahora se pueden dividir los eslabones de acuerdo a su movimiento, como se muestra a continuación

- 1.- **BANCADA**.- es cualquier eslabón o eslabones que están fijos (inmóviles) respecto a un marco de referencia.
- 2.- **MANIVELA**.- es un eslabón que realiza una revolución completa y esta pivotada a la bancada.
- 3.- **BALANCIN**.- es un eslabón que tiene rotación oscilatoria de (vaivén) y esta pivotada a la bancada.
- 4.- **ACOPLADOR**.- (o biela).- es un eslabón que tiene movimiento complejo (rotación y traslación) y no esta pivotado a la bancada.

PARES

Se llaman pares cinemáticos a las formas geométricas mediante las cuales se unen dos eslabones de un mecanismo de manera que el movimiento relativo entre ambos sea consistente, como se muestra en la figura 11.

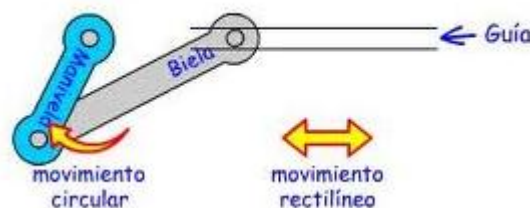


Fig. 11. Pares cinemáticos ver [4] (RODRIGUEZ, s.f.)

PARES INFERIORES

La unión articulada mediante la cual se conecta dos eslabones que tienen contacto superficial, como la unión de un perno, como se muestra en la figura 12.

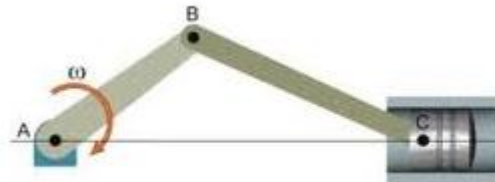


Figura 1.4 pares inferiores

Fig. 12. Pares Inferiores ver[4] (RODRIGUEZ, s.f.)

PARES SUPERIORES

Si la conexión ocurre en un punto o a lo largo de una línea tal como un rodamiento de bolas o entre los dientes de un engrane en contacto se le conoce como par superior, como se muestra en la figura 13.

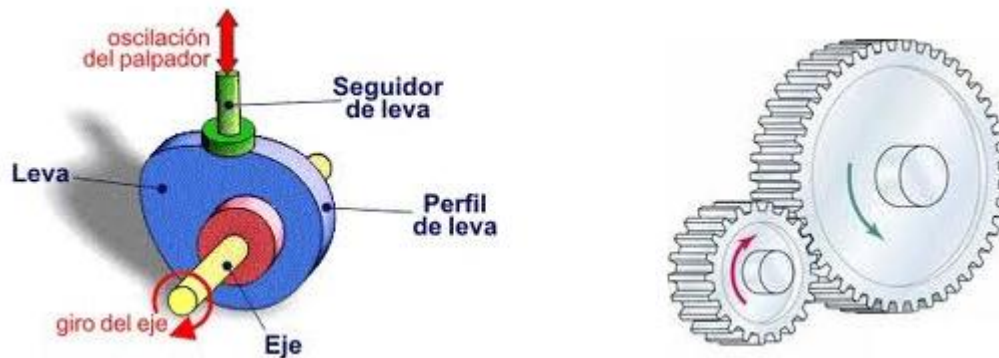


Fig. 13. Pares Superiores ver [4] (RODRIGUEZ, s.f.)

Un par que sólo permite rotación relativa es un *par de giro o revoluto* y puede ser inferior o superior dependiendo de que se emplee un perno y buje o un rodamiento de bolas para la conexión.

Un par que sólo permite el deslizamiento es un *par deslizante*, es un *par inferior*, por ejemplo: entre el pistón y la pared del cilindro.

LOS PARES CINEMATICOS SON EL ASPECTO MÁS IMPORTANTE PARA EXAMINAR EN UN MECANISMO DURANTE SU ANÁLISIS. PERMITEN EL MOVIMIENTO RELATIVO EN ALGUNA DIRECCIÓN MIENTRAS RESTRINGEN EL MOVIMIENTO EN OTRAS DIRECCIONES.

Los tipos de movimiento permiten y están relacionados con el número de grados de libertad (degrees of freedom) (dof) en el par cinemático. El número de grados de libertad de la junta cinemática es igual al número de coordenadas independientes que se necesitan para especificar solamente la posición de un eslabón relativo para otra restricción por la junta cinemática.

Los pares superiores algunas veces son reemplazados por pares inferiores equivalentes. Por ejemplo un perno sobre una ranura es como la combinación de un par de revoluta y un par prismático, esto se logra aumentando elementos al mecanismo. En ambos casos un par inferior es reemplazado por un contacto de rodamiento o junta compuesta, en este caso se dice que los dos mecanismos son cinematicamente equivalentes.

El número de grados de libertad de un par cinemático es el número mínimo de parámetros independiente requeridos para definir la posición de todos los puntos de un cuerpo que están conectados relativamente a un marco de referencia fijo a otro. El término conectividad se usa para designar la libertad de un cuerpo, siempre a través de un par cinemático, que puede ser tal cosa que sea muy complicada como un rodamiento antifricción..

CADENA CINEMATICA

Cuando se conectan varios eslabones por medio de pares, el sistema resultante es una cadena cinemática, como se muestra en la figura 14.

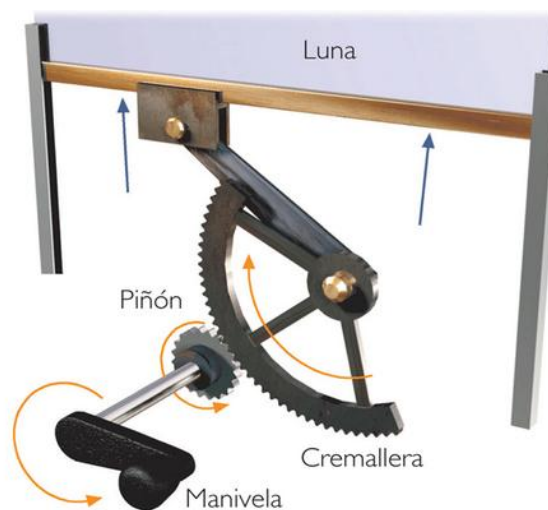


Fig. 14. Cadena Cinemática ver [4] (RODRIGUEZ, s.f.)

Si se conectan estos eslabones de manera que no sea posible ningún movimiento, se dice que se tiene una cadena trabada (ESTRUCTURA), como se muestra en la figura 15.

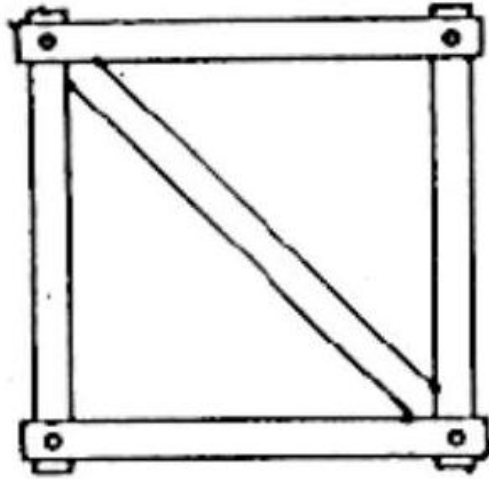


Fig. 15. Cadena trabada, se le conoce como estructura ver [4] (RODRIGUEZ, s.f.)

También es posible conectar los eslabones de manera que se obtenga una cadena no restringida, lo que significa que el patrón de movimiento cambiará con el tiempo dependiendo de la cantidad de fricción que se tenga en las uniones. Si uno de los eslabones de la cadena restringida se transforma en un eslabón fijo, el resultado será un mecanismo.

INVERSION

Si se permite mover el eslabón que originalmente estaba fijo en un mecanismo y se fija otro eslabón, se dice que el mecanismo se *invierte*. La inversión de un mecanismo no cambia el movimiento de sus eslabones entre sí, aunque si cambia sus movimientos absolutos (relativos a la bancada)

Los movimientos que resultan de cada inversión pueden ser diferentes, pero algunas inversiones de una cadena pueden producir movimientos similares a otras inversiones de la misma cadena. En estos casos, sólo algunas de las inversiones pueden tener movimientos enteramente diferentes. Si denotarán las inversiones que tienen movimientos enteramente diferentes como inversiones distintas, como se muestra en la figura 16

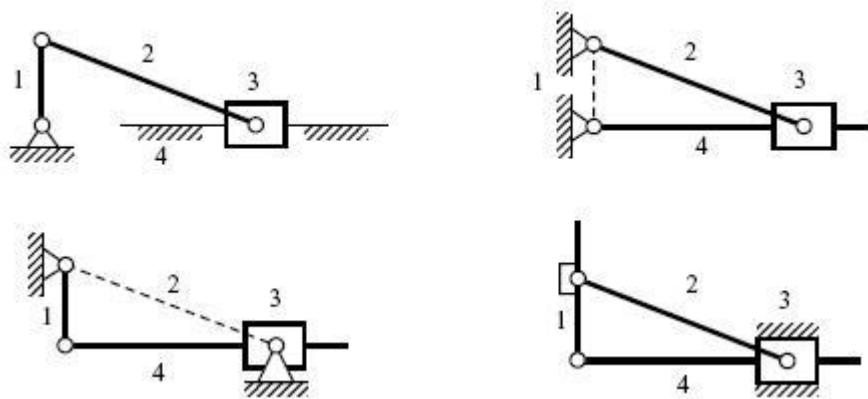


Fig. 16. Muestra las cuatro inversiones de un mecanismo de manivela-biela-corredera ver [4] (RODRIGUEZ, s.f.)

- a) INVERSION 1 traslación de la corredera
- b) INVERSION 2 la corredera tiene movimiento complejo
- c) INVERSION 3 la corredera gira
- d) INVERSION 4 la corredera permanece fija

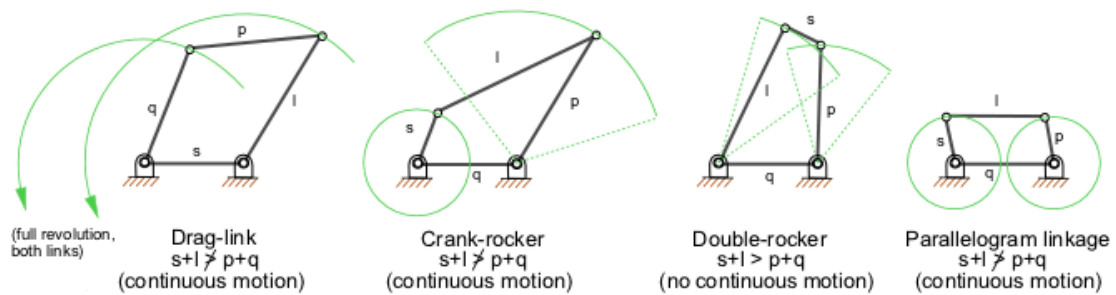


Fig. 17. Muestra un mecanismo de 4 barras en donde se analizan diferentes tipos de movimiento de acuerdo a las dimensiones de sus eslabones ver [4] (RODRIGUEZ, s.f.)

La cadena de 4 barras tiene una única inversión, el cuadrilátero articulado plano.

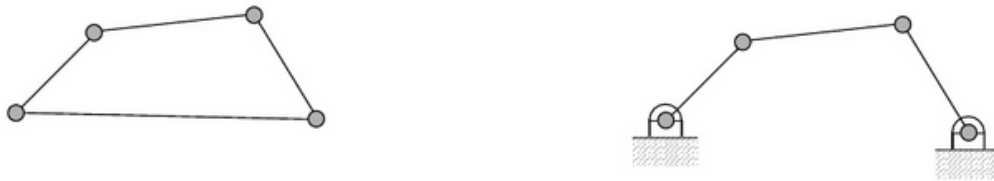


Fig. 18. Cadena Cinemática 4 barras ver [4] (RODRIGUEZ, s.f.)

MOVILIDAD O NUMERO DE GRADOS DE LIBERTAD

La movilidad es uno de los conceptos importantes en el estudio de la cinemática de mecanismos. Por definición, la movilidad de un mecanismo es el número de grados de libertad que posee. Una definición equivalente de movilidad es el número mínimo de parámetros independientes requeridos para especificar la posición de cada uno de los eslabones de un mecanismo.

Por ejemplo: un eslabón sencillo restringido o limitado a moverse con movimiento plano, como el que se muestra en la figura, posee tres grados de libertad, las coordenadas x_A y y_A del punto P junto con el ángulo ϕ_1 forma un conjunto independiente de tres parámetros que describen la posición del punto P, como se muestra en la figura 19

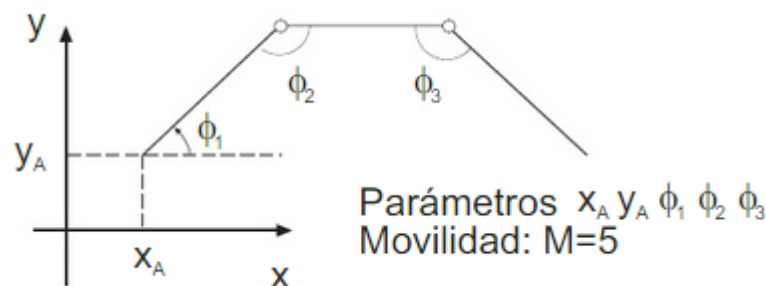


Fig. 19. Movilidad de una cadena cinemática ver[4] (RODRIGUEZ, s.f.)

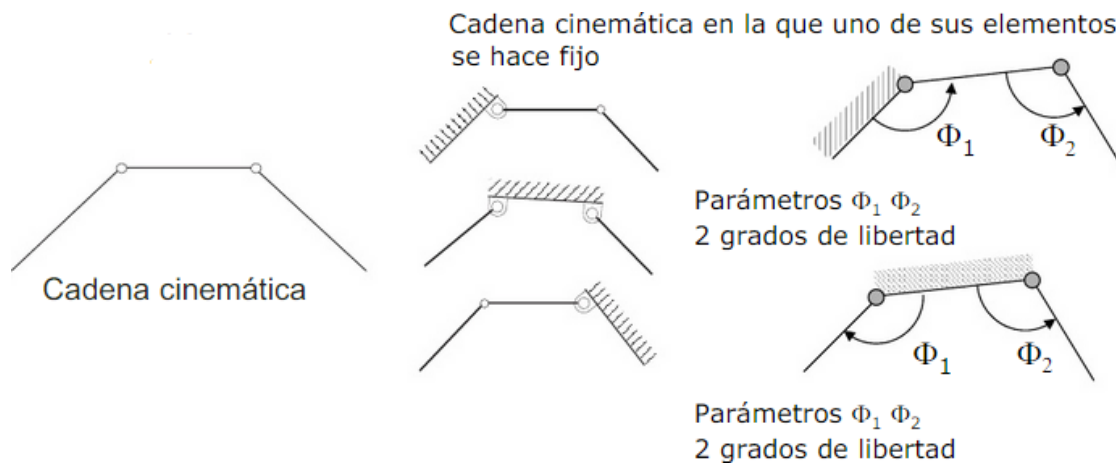


Fig. 20. Movilidad de una cadena cinemática ver [4] (RODRIGUEZ, s.f.)

La conexión de dos eslabones con movimiento plano mediante una unión de giro o revoluta tuvo el efecto de restarle dos grados de libertad al sistema. Dicho de otra manera, la unión giratoria permite un solo grado de libertad (rotación pura) entre dos eslabones que conecta. Mediante este tipo de lógica es posible desarrollar una ecuación general que ayude a predecir la movilidad de cualquier mecanismo con movimiento plano.

El reconocer que un eslabón de todo mecanismo siempre se considera fijo con respecto a la bancada hace que el mecanismo pierda tres grados de libertad. Esto deja al sistema un total de $3n-3$ ó $3(n-1)$ grados de libertad. Cada unión de un grado de libertad le quita dos grados de libertad al sistema. De manera similar, cada unión de dos grados de libertad le quita un grado de libertad al sistema. La movilidad total del sistema está dada por la ecuación de Grubler.

$$M = 3(n-1) - 2f_1 - f_2$$

Dónde:

M = movilidad o número de grados de libertad

n = número de eslabones (incluyendo la bancada)

f_1 = número de uniones de un grado de libertad (*pares inferiores: pernos o correderas*)

f_2 = número de uniones de dos grados de libertad (*pares superiores: levas o engranes*)

$M \geq 1$ el dispositivo es un mecanismo con M grados de libertad

$M = 0$ el dispositivo es una estructura estáticamente determinada

$M \leq -1$ el dispositivo es una estructura estáticamente indeterminada

ANÁLISIS Y RESULTADOS

INTRODUCCIÓN

Este capítulo contempla el análisis y los resultados de los procesos algorítmicos además de los resultados obtenidos en el actuador modelado con el Toolbox Simulink de MatLab, y así validar las dimensiones obtenidas numéricamente a partir de la elección en el parámetro omega el cual se tomará para la ejecución del algoritmo conocido como SOR.

RESULTADOS NUMÉRICOS

Con el propósito de obtener el diseño del mecanismo actuador, se utilizó MATLAB para el cálculo requerido. En la tabla 1, se muestran las 10 posiciones utilizadas para determinar las dimensiones del mecanismo de la Falange Proximal. Además estos datos en la tabla 1, son extraídos del artículo base para el desarrollo en los cálculos. En general ver la referencia Ver [1] (Édgar Alfredo Portilla Flores, Junio de 2010)

TABLA 1. Posiciones de los eslabones para el mecanismo (Datos experimentales - Autor)

Posición	Punto E(mm)		Punto I(mm)		Punto H(mm)		Punto D(mm)	
	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
1	-18,9749	24,0306	-11,9795	24,2845	-6,9989	0,0000	0,0000	0,0000
2	-21,5732	21,7281	-14,8085	23,5277	-6,9989	0,0000	0,0000	0,0000
3	-23,8943	19,1463	-17,6810	22,5277	-6,9989	0,0000	0,0000	0,0000
4	-25,9081	16,3183	-20,5152	20,7811	-6,9989	0,0000	0,0000	0,0000
5	-27,5888	13,2805	-23,2178	18,7481	-6,9989	0,0000	0,0000	0,0000
6	-28,6413	10,8254	-25,1450	16,8897	-6,9989	0,0000	0,0000	0,0000
7	-29,4758	8,2880	-26,8912	14,7933	-6,9989	0,0000	0,0000	0,0000
8	-30,0860	5,6875	-28,4154	12,4852	-6,9989	0,0000	0,0000	0,0000
9	-30,4672	3,0437	-29,6827	9,9995	-6,9989	0,0000	0,0000	0,0000
10	-30,6166	0,3767	-30,6660	7,3765	-6,9989	0,0000	0,0000	0,0000

Nota: En el reglón 7 (o fila) coordenada I, se presenta un error numérico en los resultados expresados por los autores los cuales fueron corregidos para la ejecución y validación en los cálculos numérica del algoritmo implementado en el método de SOR. Ver la referencia (Édgar Alfredo Portilla Flores, Junio de 2010)

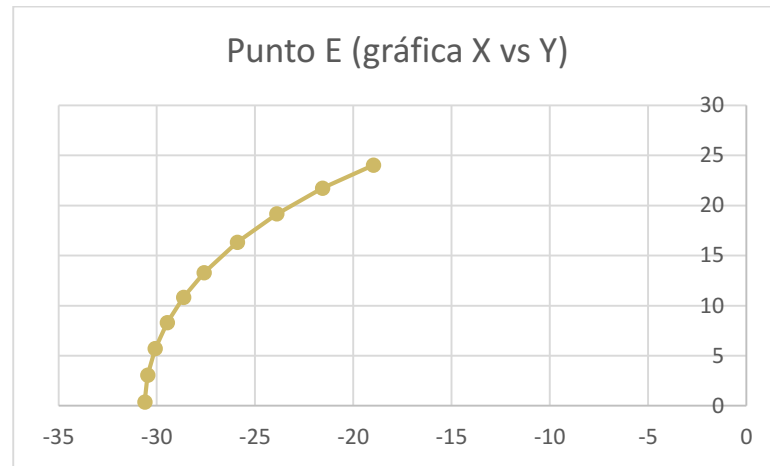


Fig. 21. Posición del mecanismos (Datos Experimentales Punto E-Autores) Falange Proximal

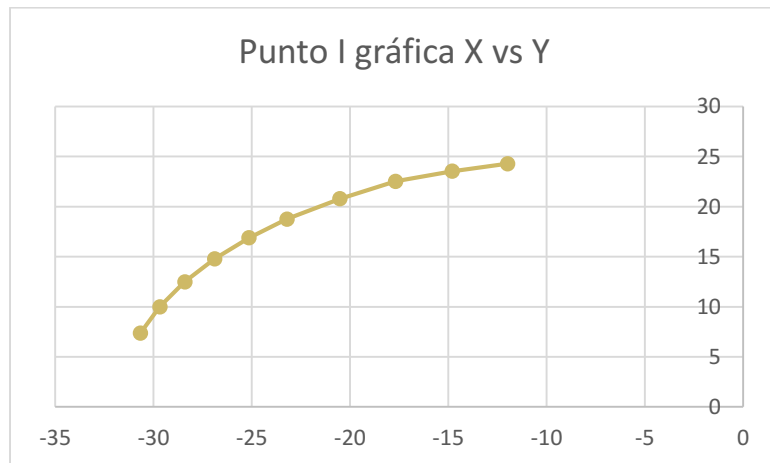


Fig. 22. Posición del mecanismo (Datos experimentales Punto I-Autores) Falange Proximal

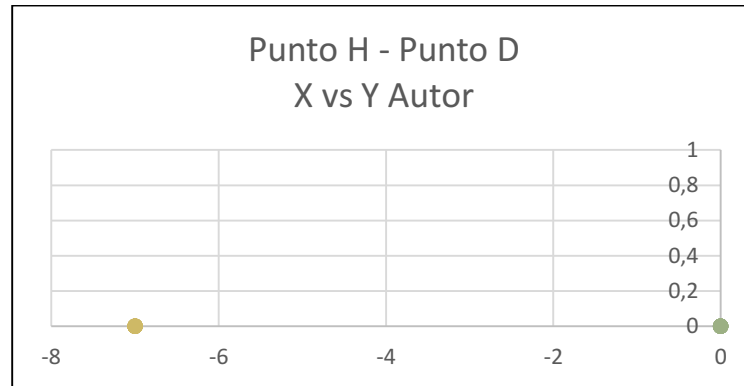


Fig. 23. Posición del mecanismo (Datos Experimentales Punto H y D-Autores) Falange Proximal

Debido a que la ecuación (17), es función de los ángulos de entrada y salida del mecanismo actuador, se llevó a cabo el cálculo de dichos ángulos mediante el Toolbox de minimización restringida de MATLAB para cada posición del mecanismo. La tabla 2, muestra los valores de los ángulos para cada una de las posiciones que debe cumplir el mecanismo actuador.

Tabla 2.Ángulos para las Posiciones (Autor)

Angulo de entrada (rad) θ_3	Angulo de salida (rad) θ_1
3,9357	1,0400
4,1277	1,2574
4,3197	1,5410
4,5117	1,7736
4,7037	2,0165
4,8956	2,2205
5,0876	2,4094
5,2796	2,5722
5,4716	2,7305
5,6636	2,8828
5,8556	3,0331
6,0474	3,1822
6,2396	3,3298

A partir de los datos de la tabla 2, se resolvió el sistema de ecuaciones simultáneas establecido por la ecuación 17, al resolver dicho sistema, las dimensiones obtenidas de los eslabones para el mecanismo actuador, se muestran en la tabla 3.

Tabla 3.Longitudes del Mecanismo (Autor)

Eslabón	Longitud(mm)
r1	30,6130
r2	6,9973
r3	24,7825
r4	6,9989

A partir de los datos de la tabla 2, se calcularon las posiciones de cada uno de los eslabones para el mecanismo de cuatro barras. Dichos valores se muestran en la tabla 3.



Fig. 24. Gráfico Mecanismo Actuador

(Posición del mecanismo actuador por Autor) Falange Proximal

Tabla 4. Posiciones de los eslabones para el mecanismo (Datos numéricos - Autor)

Coordenadas I(mm)		Coordenadas E(mm)		Posición H(mm)		Posición D(mm)	
X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
10,3714	17,6761	15,4969	26,4008	-6,8999	0,0000	0,0000	0,0000
6,6795	20,6658	9,4377	29,1219	-6,8999	0,0000	0,0000	0,0000
2,4850	22,8960	0,9120	30,5994	-6,8999	0,0000	0,0000	0,0000
-2,0581	24,2850	-6,1660	29,9856	-6,8999	0,0000	0,0000	0,0000
-6,7826	24,7816	-13,1970	27,6223	-6,8999	0,0000	0,0000	0,0000
-11,5152	24,3675	-18,5193	24,3760	-6,8999	0,0000	0,0000	0,0000
-16,0817	23,0581	-22,7672	20,4648	-6,8999	0,0000	0,0000	0,0000
-20,3145	20,9013	-25,7831	16,5041	-6,8999	0,0000	0,0000	0,0000
-24,0580	17,9766	-28,0625	12,2333	-6,8999	0,0000	0,0000	0,0000
-27,1747	14,3913	-29,5936	7,8343	-6,8999	0,0000	0,0000	0,0000
-29,5500	10,2771	-30,4330	3,3148	-6,8999	0,0000	0,0000	0,0000
-31,0967	5,7854	-30,5878	-1,2428	-6,8999	0,0000	0,0000	0,0000
-31,7578	1,0810	-30,0724	-5,7276	-6,8999	0,0000	0,0000	0,0000

Las figuras 25 y 26 muestran los valores experimentales obtenidos mediante simulación numérica para las trece posiciones del mecanismo actuador. Como puede observarse, el error de posición para cada uno de los diez puntos de precisión, es despreciable.

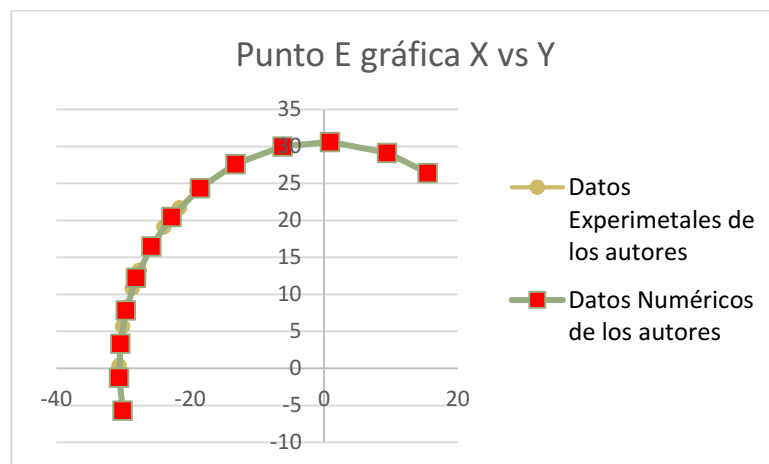


Fig. 25. Gráfico Mecanismo Actuador - Autores

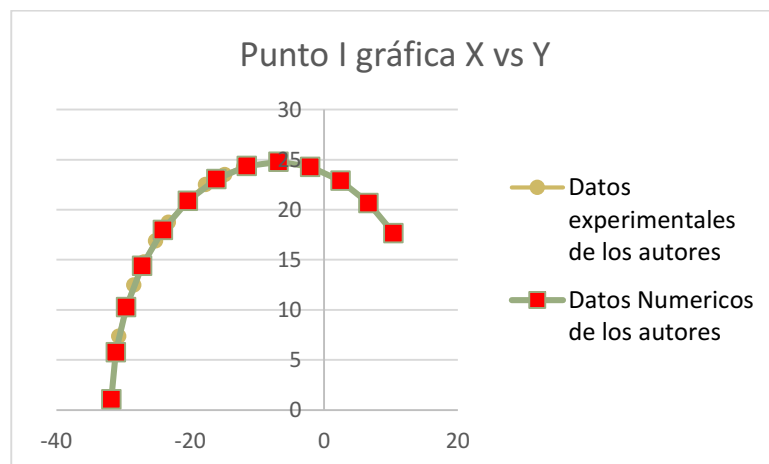


Fig. 26. Gráfico Mecanismo Actuador - Autores

1.1 RESULTADOS

La figura 27 muestra el actuador construido y las consideraciones del mecanismo cruzado con un grado de libertad compuesto de cuatro barras, usando las herramientas que contiene el toolbox Simulink en MatLab con la finalidad de simular la falange proximal, además se logra validar los resultados obtenidos por los autores del artículo, y así se puede comprobar la cinemática del mecanismo, como también los resultados obtenidos al implementar la buena elección de un omega óptimo en la ejecución del proceso numérico llamado SOR.

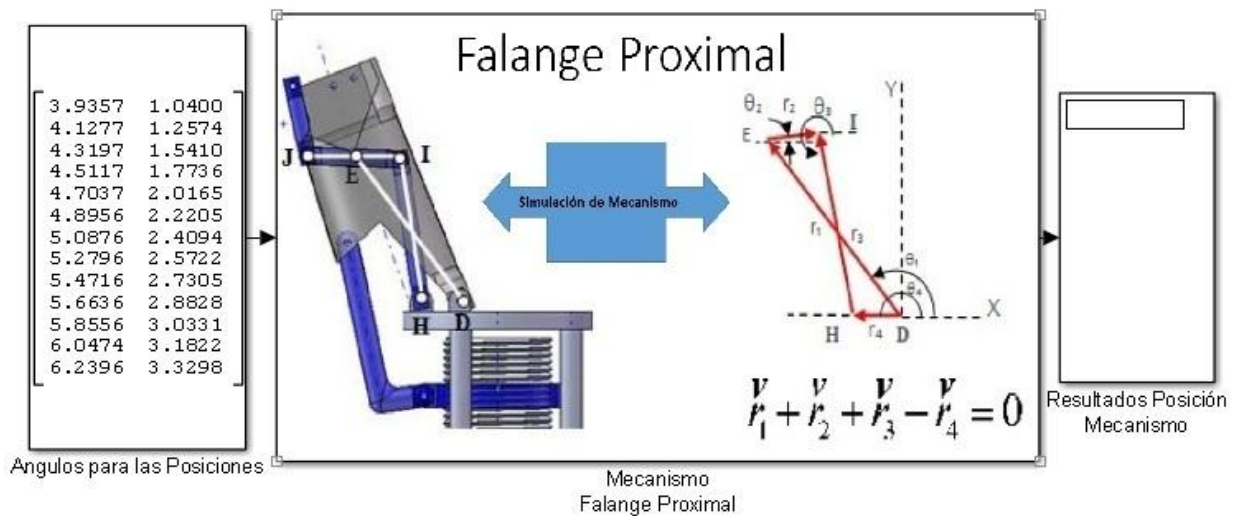


Fig. 27. Gráfico del Modelo para el mecanismo Falange Proximal en Simulink de Matlab B

Tabla 5. Posiciones medidas en mm para los eslabones del mecanismo aproximados con el mejor $\omega=0.33$ ver teorema 2.4 pág. 23, y el cual fue seleccionado a partir de los errores expresados en la tabla 11

Coordenadas I(mm)		Coordenadas E(mm)		Posición H(mm)		Posición D(mm)	
X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
10,3322	17,665	15,5009	26,5115	-6,7555	0,0000	0,0000	0,0000
6,6668	20,5667	9,4299	29,1099	-6, 7555	0,0000	0,0000	0,0000
2,3977	22,8755	0,9077	30,5588	-6, 7555	0,0000	0,0000	0,0000
-2,04571	24,2698	-6,1578	29,8886	-6, 7555	0,0000	0,0000	0,0000
-6,6926	24,6576	-13,1876	27,5663	-6, 7555	0,0000	0,0000	0,0000
-11,5092	24,4545	-18,4508	24,2986	-6, 7555	0,0000	0,0000	0,0000
-16,0755	23,1181	-22,6798	20,3658	-6, 7555	0,0000	0,0000	0,0000
-20,3235	20,6009	-25,6792	16,6001	-6, 7555	0,0000	0,0000	0,0000
-24,0474	17,7686	-28,0555	12,2222	-6, 7555	0,0000	0,0000	0,0000
-27,1685	14,3013	-29,5665	7,7999	-6, 7555	0,0000	0,0000	0,0000
-29,4990	10,1999	-30,4441	3,3088	-6, 7555	0,0000	0,0000	0,0000
-31,0877	5,6889	-30,5499	-1,1986	-6, 7555	0,0000	0,0000	0,0000
-31,5578	1,0689	-30,0689	-5,6958	-6, 7555	0,0000	0,0000	0,0000

La Tabla 5 contiene las posiciones de los eslabones para el mecanismo obtenidas con el parámetro ω ($\omega=0.33$ ver teorema 2.4 pág. 23) óptimo a través de la implementación realizada en el proceso numérico SOR a sistemas de ecuaciones lineales.

Tabla 6. Longitudes del Mecanismo aproximadas con el mejor ω

Eslabón	Longitud(mm)
r1	30,571030
r2	6,776673
r3	24,565554
r4	7,001189

La tabla 6 contiene las dimensiones de los eslabones de forma aproximada obtenidos con el omega óptimo expresado anteriormente en la Tabla 5.

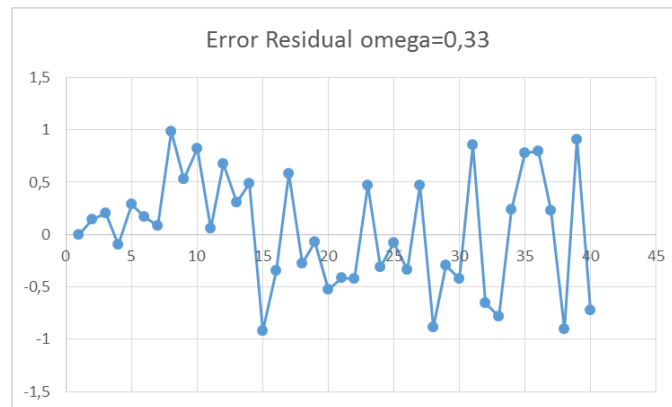


Fig. 28. Gráfico del Error Residual relativo para omega=0,33 ver pág. 24

La Figura 28 muestra la evolución numérica del error residual que se va generando al realizar la implementación del método SOR y la buena elección del parámetro omega (omega=0,33 ver teorema 2.4 pág. 23).

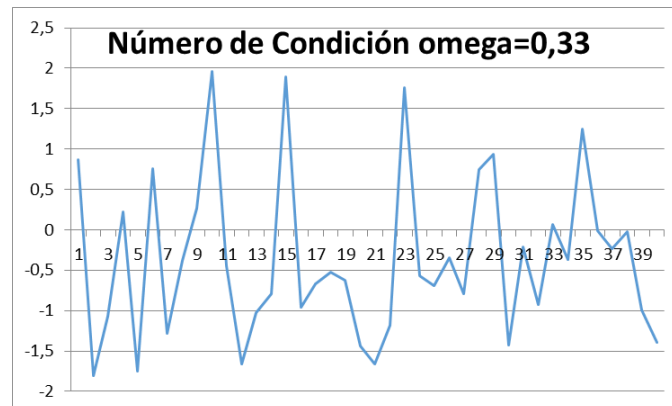


Fig. 29. Comportamiento arrojado por el número de condición para omega=0,33 ver teorema 2.4 pág. 23

La Figura 29 muestra el número de condición que se genera al realizar la implementación del método SOR y la buena elección del parámetro omega (omega=0,33 ver teorema 2.4 pág. 23). Además presenta 11 picos (o número de veces) donde el $Cond(A) \gg 1$.

Posiciones de los eslabones para el mecanismo

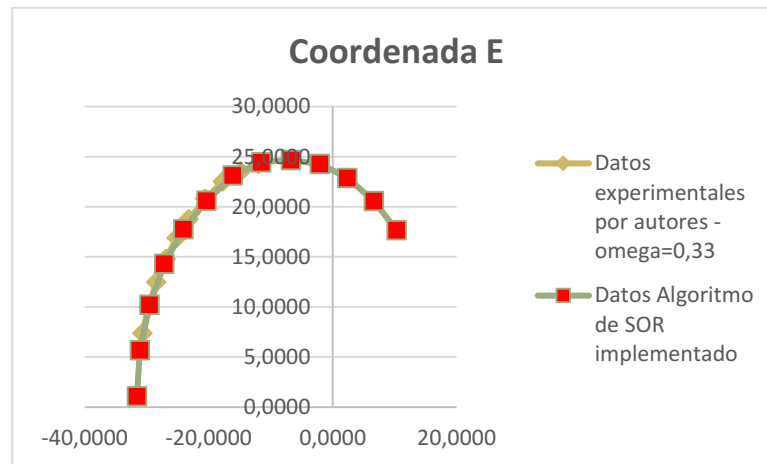


Fig. 30. Gráfico Coordenada E. Posiciones de los eslabones para el mecanismo según el autor y $\omega=0.33$ ver teorema 2.4 pág. 23

En la figura 30 pueden observarse la trayectorias que hacen referencia a la coordenada E mostradas por los resultados de las simulaciones numéricas, tienen un comportamiento mejor que el establecido en los datos obtenidos experimentalmente; lo anterior se observa al describir un arco circular más uniforme respecto del eje de giro del eslabón. Sin embargo, para el eslabón perteneciente a la falange proximal se deja ver una variación en la trayectoria entre la deseada planteada por los autores y la numérica obtenida usando el algoritmo con parámetro $\omega=0.33$, la cual puede ser ocasionada por la propagación de un error sistemático de cálculo numérico.

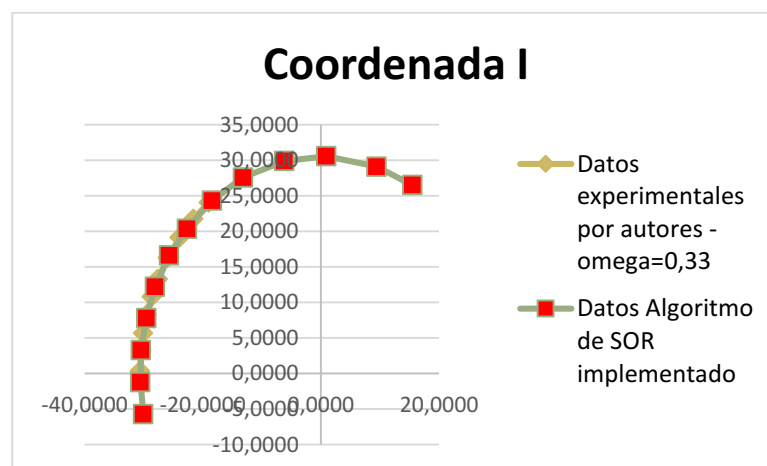


Fig. 31. Gráfico Coordenada I. Posiciones de los eslabones para el mecanismo según el autor y $\omega=0.33$ ver teorema 2.4 pág. 23

En la figura 31 pueden observarse la trayectorias que hacen referencia a la coordenada I mostradas por los resultados de las simulaciones numéricas, tienen un comportamiento mejor que el establecido en los datos obtenidos experimentalmente; lo anterior se observa al describir un arco circular más uniforme respecto del eje de giro del eslabón. Sin embargo, para el eslabón perteneciente a la falange proximal se deja ver una variación grande en la trayectoria entre la deseada planteada por los autores y la numérica obtenida usando el algoritmo con parámetro $\omega=0.33$, la cual puede ser ocasionada por la propagación de un error sistemático de cálculo numérico.

Tabla 7. Posiciones medidas en mm para los eslabones del mecanismo aproximados con el mejor $\omega=0.28$ ver teorema 2.4 pág. 23

Coordenada E(mm)		Coordenada I(mm)		Posición H(mm)		Posición D(mm)	
X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
11,188793	18,618184	16,454084	27,464684	-5,898907	0,755393	0,755393	0,755393
7,523393	21,519884	10,383084	30,063084	-5,898907	0,755393	0,755393	0,755393
3,254293	23,828684	1,860884	31,511984	-5,898907	0,755393	0,755393	0,755393
-1,189117	25,222984	-5,204616	30,841784	-5,898907	0,755393	0,755393	0,755393
-5,836007	25,610784	-12,234416	28,519484	-5,898907	0,755393	0,755393	0,755393
-10,652607	25,407684	-17,497616	25,251784	-5,898907	0,755393	0,755393	0,755393
-15,218907	24,071284	-21,726616	21,318984	-5,898907	0,755393	0,755393	0,755393
-19,466907	21,554084	-24,726016	17,553284	-5,898907	0,755393	0,755393	0,755393
-23,190807	18,721784	-27,102316	13,175384	-5,898907	0,755393	0,755393	0,755393
-26,311907	15,254484	-28,613316	8,753084	-5,898907	0,755393	0,755393	0,755393
-28,642407	11,153084	-29,490916	4,261984	-5,898907	0,755393	0,755393	0,755393
-30,231107	6,642084	-29,596716	-0,245416	-5,898907	0,755393	0,755393	0,755393
-30,701207	2,022084	-29,115716	-4,742616	-5,898907	0,755393	0,755393	0,755393

La Tabla 7 contiene las posiciones de los eslabones del mecanismo obtenidas con el parámetro omega ($\omega=0.28$ ver teorema 2.4 pág. 23) óptimo a través de la implementación realizada en el proceso numérico SOR a sistemas de ecuaciones lineales.

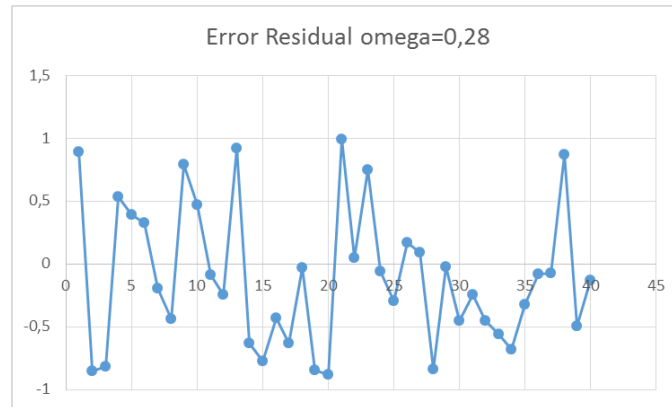


Fig. 32. Gráfico del Error Residual relativo para $\omega=0.28$

La Figura 32 muestra la evolución numérica del error residual que se va generando al realizar la implementación del método SOR y la buena elección del parámetro omega ($\omega=0.28$ ver teorema 2.4 pág. 23).

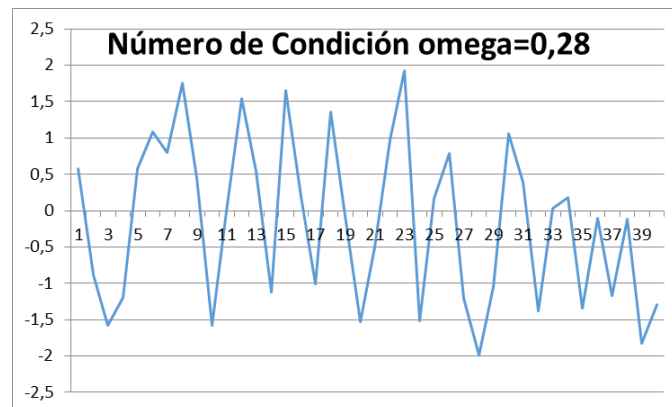


Fig. 33. Gráfico comportamiento arrojado por el número de condición para $\omega=0.28$

La Figura 33 muestra el número de condición que se genera al realizar la implementación del método SOR y la buena elección del parámetro omega ($\omega=0.28$ ver teorema 2.4 pág. 23). Además presenta 14 picos (o número de veces) donde el $Cond(A) \gg 1$.

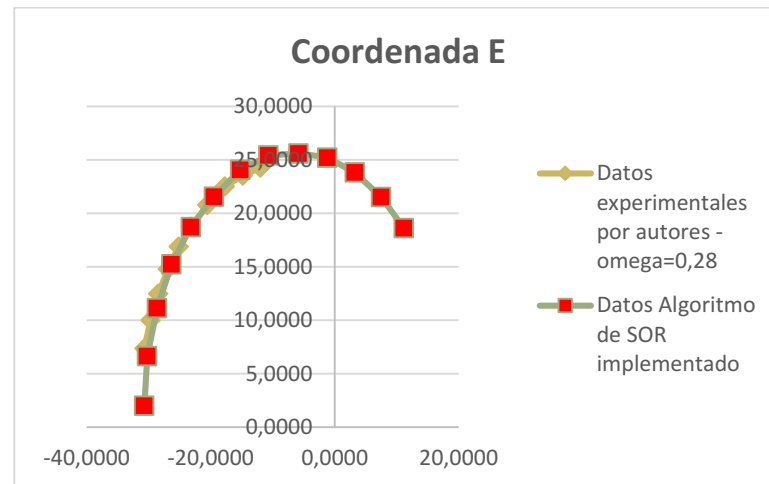


Fig. 34. Gráfico Coordenada E. Posiciones de los eslabones para el mecanismo según el autor y $\omega=0.28$ ver teorema 2.4 pág. 23

En la figura 34 pueden observarse la trayectorias que hacen referencia a la coordenada E mostradas por los resultados de las simulaciones numéricas, tienen un comportamiento mejor que el establecido en los datos obtenidos experimentalmente; lo anterior se observa al describir un arco circular más uniforme respecto del eje de giro del eslabón. Sin embargo, para el eslabón perteneciente a la falange proximal se deja ver una variación en la trayectoria entre la deseada planteada por los autores y la numérica obtenida usando el algoritmo con parámetro $\omega=0.28$ (ver teorema 2.4 pág. 23), la cual puede ser ocasionada por la propagación de un error sistemático de cálculo numérico.

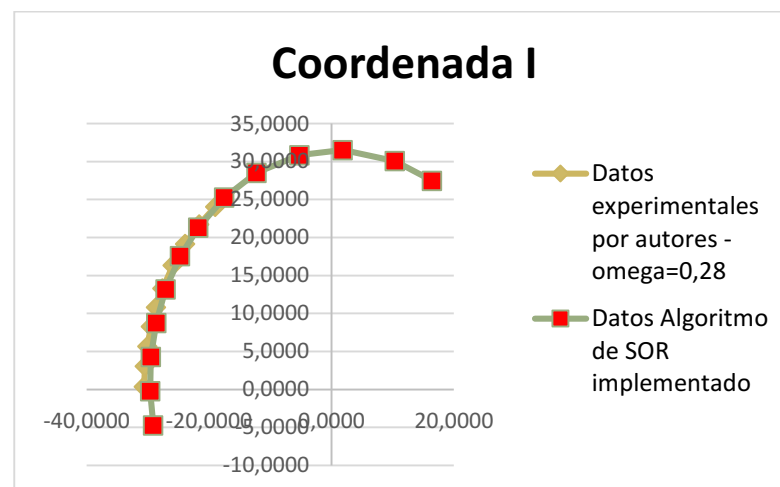


Fig. 35. Gráfico Coordenada I. Posiciones de los eslabones para el mecanismo según el autor y $\omega=0.28$ ver teorema 2.4 pág. 23

En la figura 35 pueden observarse la trayectorias que hacen referencia a la coordenada I mostradas por los resultados de las simulaciones numéricas, tienen un comportamiento mejor que el establecido en los datos obtenidos experimentalmente; lo anterior se observa al describir un arco circular más uniforme respecto del eje de giro del eslabón. Sin embargo, para el eslabón perteneciente a la falange proximal se deja ver una variación mucho más grande en la trayectoria entre la deseada planteada por los autores y la numérica obtenida usando el algoritmo con parámetro $\omega=0.28$ (ver teorema 2.4 pág. 23), la cual puede ser ocasionada por la propagación de un error sistemático de cálculo numérico.

Tabla 8. Posiciones medidas en mm para los eslabones del mecanismo aproximados con el mejor $\omega=0.309$ ver teorema 2.4 pág. 23

Coordenada E(mm:)		Coordenada I(mm:)		Posición H(mm:)		Posición D(mm:)	
X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
10,879661	18,719764	16,555664	27,566264	-6,208039	0,446261	0,446261	0,446261
7,214261	21,621464	10,484664	30,164664	-6,208039	0,446261	0,446261	0,446261
2,945161	23,930264	1,962464	31,613564	-6,208039	0,446261	0,446261	0,446261
-1,498249	25,324564	-5,103036	30,943364	-6,208039	0,446261	0,446261	0,446261
-6,145139	25,712364	-12,132836	28,621064	-6,208039	0,446261	0,446261	0,446261
-10,961739	25,509264	-17,396036	25,353364	-6,208039	0,446261	0,446261	0,446261
-15,528039	24,172864	-21,625036	21,420564	-6,208039	0,446261	0,446261	0,446261
-19,776039	21,655664	-24,624436	17,654864	-6,208039	0,446261	0,446261	0,446261
-23,499939	18,823364	-27,000736	13,276964	-6,208039	0,446261	0,446261	0,446261
-26,621039	15,356064	-28,511736	8,854664	-6,208039	0,446261	0,446261	0,446261
-28,951539	11,254664	-29,389336	4,363564	-6,208039	0,446261	0,446261	0,446261
-30,540239	6,743664	-29,495136	-0,143836	-6,208039	0,446261	0,446261	0,446261
-31,010339	2,123664	-29,014136	-4,641036	-6,208039	0,446261	0,446261	0,446261

La Tabla 8 contiene las posiciones de los eslabones del mecanismo obtenidas con el parámetro omega ($\omega=0.309$ ver teorema 2.4 pág. 23) óptimo a través de la implementación realizada en el proceso numérico SOR a sistemas de ecuaciones lineales.

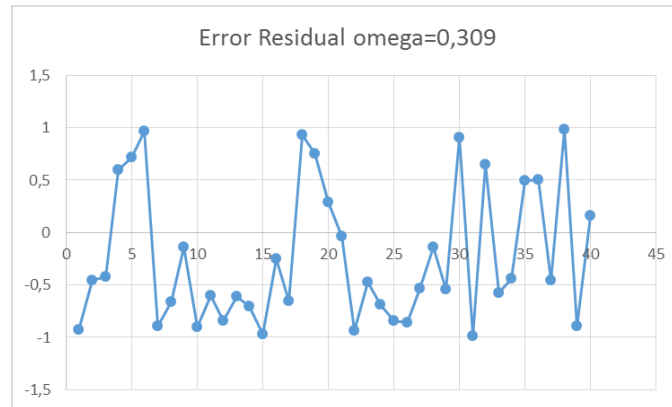


Fig. 36. Gráfico del Error Residual relativo para $\omega=0.309$ ver teorema 2.4 pág. 23

La Figura 36 muestra la evolución numérica del error residual que se va generando al realizar la implementación del método SOR y la buena elección del parámetro omega ($\omega=0.309$ ver teorema 2.4 pág. 23).

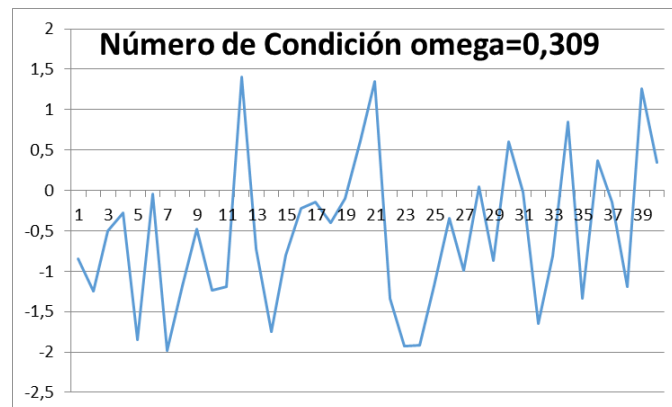


Fig. 37. Gráfico comportamiento arrojado por el número de condición para $\omega=0.309$

La Figura 37 muestra el número de condición que se genera al realizar la implementación del método SOR y la buena elección del parámetro omega ($\omega=0.309$ ver teorema 2.4 pág. 23). Además presenta 12 picos (o número de veces) donde el $Cond(A) \gg 1$.

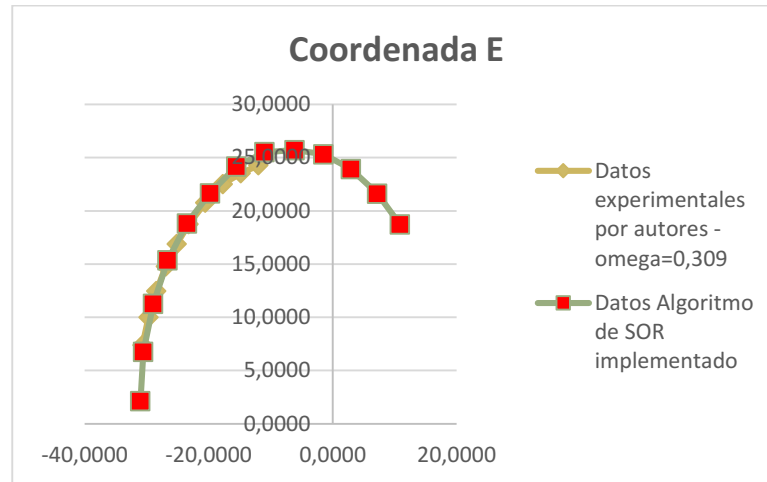


Fig. 38. Gráfico Coordenada E. Posiciones de los eslabones para el mecanismo según el autor y $\omega=0.309$ ver teorema 2.4 pág. 23

En la figura 38 pueden observarse la trayectorias que hacen referencia a la coordenada E mostradas por los resultados de las simulaciones numéricas, tienen un comportamiento mejor que el establecido en los datos obtenidos experimentalmente; lo anterior se observa al describir un arco circular más uniforme respecto del eje de giro del eslabón. Sin embargo, para el eslabón perteneciente a la falange proximal se deja ver una variación en la trayectoria entre la deseada planteada por los autores y la numérica obtenida usando el algoritmo con parámetro $\omega=0.309$ (ver teorema 2.4 pág. 23), la cual puede ser ocasionada por la propagación de un error sistemático de cálculo numérico.

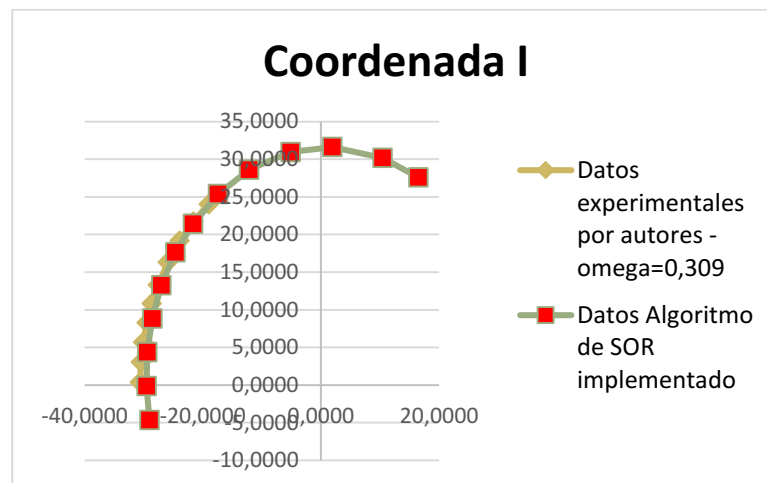


Fig. 39. Gráfico Coordenada I. Posiciones de los eslabones para el mecanismo según el autor y $\omega=0.309$ ver teorema 2.4 pág. 23

En la figura 39 pueden observarse la trayectorias que hacen referencia a la coordenada I mostradas por los resultados de las simulaciones numéricas, tienen un comportamiento mejor que el establecido en los datos obtenidos experimentalmente; lo anterior se observa al describir un arco circular más uniforme respecto del eje de giro del eslabón. Sin embargo, para el eslabón perteneciente a la falange proximal se deja ver una variación grande en la trayectoria entre la deseada planteada por los autores y la numérica obtenida usando el algoritmo con parámetro $\omega=0.309$ (ver teorema 2.4 pág. 23), la cual puede ser ocasionada por la propagación de un error sistemático de cálculo numérico.

Tabla 9. Posiciones medidas en mm para los eslabones del mecanismo aproximados con el mejor $\omega=0.2889$ ver teorema 2.4 pág. 23

Coordenada E(mm)		Coordenada I(mm)		Posición H(mm)		Posición D(mm)	
X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
11,026472	19,216233	17,052133	28,062733	-6,061228	0,593072	0,593072	0,593072
7,361072	22,117933	10,981133	30,661133	-6,061228	0,593072	0,593072	0,593072
3,091972	24,426733	2,458933	32,110033	-6,061228	0,593072	0,593072	0,593072
-1,351438	25,821033	-4,606567	31,439833	-6,061228	0,593072	0,593072	0,593072
-5,998328	26,208833	-11,636367	29,117533	-6,061228	0,593072	0,593072	0,593072
-10,814928	26,005733	-16,899567	25,849833	-6,061228	0,593072	0,593072	0,593072
-15,381228	24,669333	-21,128567	21,917033	-6,061228	0,593072	0,593072	0,593072
-19,629228	22,152133	-24,127967	18,151333	-6,061228	0,593072	0,593072	0,593072
-23,353128	19,319833	-26,504267	13,773433	-6,061228	0,593072	0,593072	0,593072
-26,474228	15,852533	-28,015267	9,351133	-6,061228	0,593072	0,593072	0,593072
-28,804728	11,751133	-28,892867	4,860033	-6,061228	0,593072	0,593072	0,593072
-30,393428	7,240133	-28,998667	0,352633	-6,061228	0,593072	0,593072	0,593072
-30,863528	2,620133	-28,517667	-4,144567	-6,061228	0,593072	0,593072	0,593072

La Tabla 9 contiene las posiciones de los eslabones del mecanismo obtenidas con el parámetro ω ($\omega=0.2889$ ver teorema 2.4 pág. 23) óptimo a través de la implementación realizada en el proceso numérico SOR a sistemas de ecuaciones lineales.

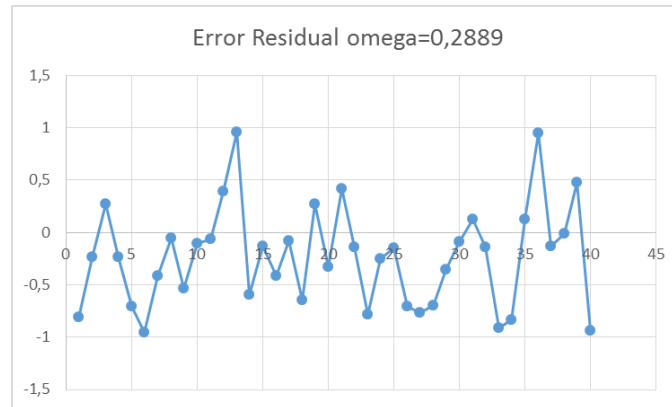


Fig. 40. Gráfico del Error Residual relativo para $\omega=0,2889$ ver teorema 2.4 pág. 23

La Figura 40 muestra la evolución numérica del error residual que se va generando al realizar la implementación del método SOR y la buena elección del parámetro ω ($\omega=0,2889$ ver teorema 2.4 pág. 23).

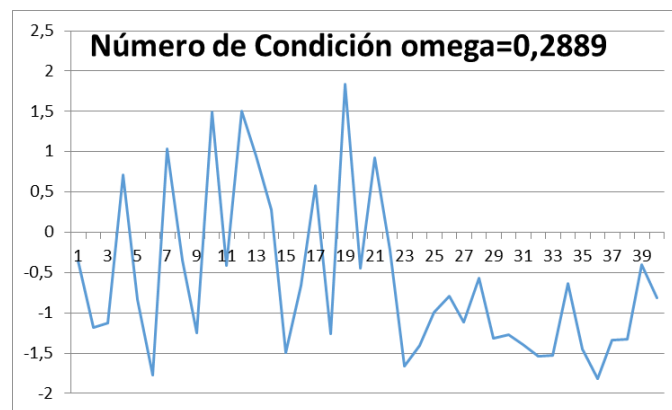


Fig. 41. Gráfico comportamiento arrojado por el número de condición para $\omega=0,2889$ ver teorema 2.4 pág. 23

La Figura 41 muestra el número de condición que se genera al realizar la implementación del método SOR y la buena elección del parámetro ω ($\omega=0,2889$ ver teorema 2.4 pág. 23). Además presenta 9 picos (o número de veces) donde el $\text{Cond}(A) \gg 1$, no dejando de observar que el tiempo en el cual permanece mayor a 1 es superior al ω óptimo; lo cual genera mayor esfuerzo de acondicionamiento o ejecución del algoritmo implementado al método de SOR.

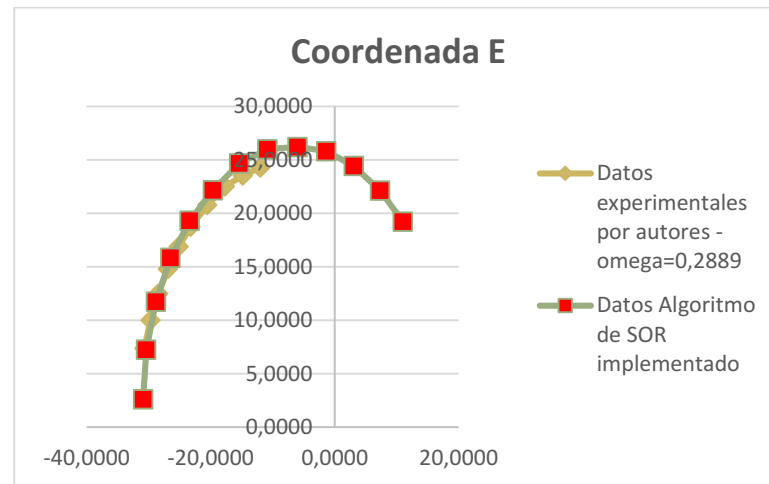


Fig. 42. Gráfico Coordenada E. Posiciones de los eslabones para el mecanismo según el autor y $\omega=0.2889$ ver teorema 2.4 pág. 23

En la figura 42 pueden observarse la trayectorias que hacen referencia a la coordenada E mostradas por los resultados de las simulaciones numéricas, tienen un comportamiento mejor que el establecido en los datos obtenidos experimentalmente; lo anterior se observa al describir un arco circular más uniforme respecto del eje de giro del eslabón. Sin embargo, para el eslabón perteneciente a la falange proximal se deja ver una variación en la trayectoria entre la deseada planteada por los autores y la numérica obtenida usando el algoritmo con parámetro $\omega=0.2889$ (ver teorema 2.4 pág. 23), la cual puede ser ocasionada por la propagación de un error sistemático de cálculo numérico.

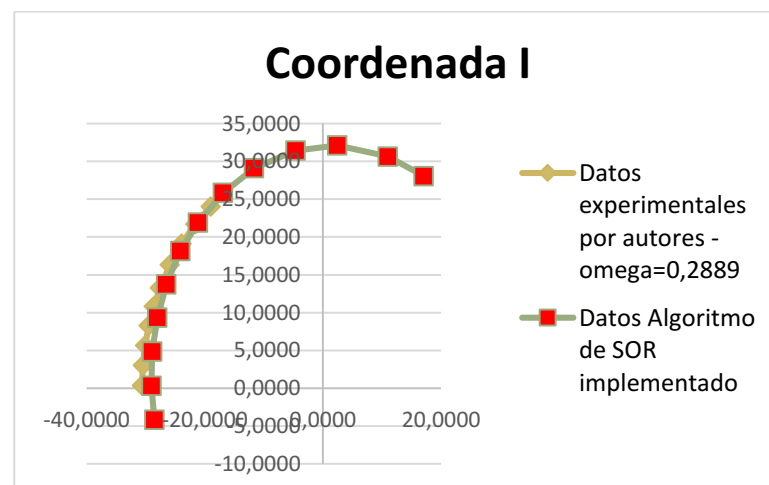


Fig. 43. Gráfico Coordenada I. Posiciones de los eslabones para el mecanismo según el autor y $\omega=0.2889$ ver teorema 2.4 pág. 23

En la figura 43 pueden observarse la trayectorias que hacen referencia a la coordenada I mostradas por los resultados de las simulaciones numéricas, tienen un comportamiento mejor que el establecido en los datos obtenidos experimentalmente; lo anterior se observa al describir un arco circular más uniforme respecto del eje de giro del eslabón. Sin embargo, para el eslabón perteneciente a la falange proximal se deja ver una variación grande en la trayectoria entre la deseada planteada por los autores y la numérica obtenida usando el algoritmo con parámetro $\omega=0.2889$ (ver teorema 2.4 pág. 23), la cual puede ser ocasionada por la propagación de un error sistemático de cálculo numérico.

Tabla 10. Posiciones medidas en mm para los eslabones del mecanismo aproximados con el mejor $\omega=0.3289$ ver teorema 2.4 pág. 23

Coordenada E(mm)		Coordenada I(mm)		Posición H(mm)		Posición D(mm)	
X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
10,886078	18,230268	16,066168	27,076768	-6,201622	0,452678	0,452678	0,452678
7,220678	21,131968	9,995168	29,675168	-6,201622	0,452678	0,452678	0,452678
2,951578	23,440768	1,472968	31,124068	-6,201622	0,452678	0,452678	0,452678
-1,491832	24,835068	-5,592532	30,453868	-6,201622	0,452678	0,452678	0,452678
-6,138722	25,222868	-12,622332	28,131568	-6,201622	0,452678	0,452678	0,452678
-10,955322	25,019768	-17,885532	24,863868	-6,201622	0,452678	0,452678	0,452678
-15,521622	23,683368	-22,114532	20,931068	-6,201622	0,452678	0,452678	0,452678
-19,769622	21,166168	-25,113932	17,165368	-6,201622	0,452678	0,452678	0,452678
-23,493522	18,333868	-27,490232	12,787468	-6,201622	0,452678	0,452678	0,452678
-26,614622	14,866568	-29,001232	8,365168	-6,201622	0,452678	0,452678	0,452678
-28,945122	10,765168	-29,878832	3,874068	-6,201622	0,452678	0,452678	0,452678
-30,533822	6,254168	-29,984632	-0,633332	-6,201622	0,452678	0,452678	0,452678
-31,003922	1,634168	-29,503632	-5,130532	-6,201622	0,452678	0,452678	0,452678

La Tabla 10 contiene las posiciones de los eslabones del mecanismo obtenidas con el parámetro ω ($\omega=0.3289$ ver teorema 2.4 pág. 23) óptimo a través de la implementación realizada en el proceso numérico SOR a sistemas de ecuaciones lineales.

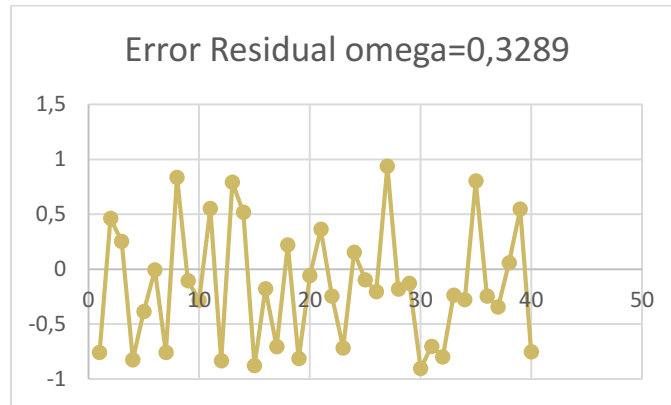


Fig. 44. Gráfico del Error Residual relativo para $\omega=0.3289$ ver teorema 2.4 pág. 23

La Figura 44 muestra la evolución numérica del error residual que se va generando al realizar la implementación del método SOR y la buena elección del parámetro ω ($\omega=0.3289$ ver teorema 2.4 pág. 23).

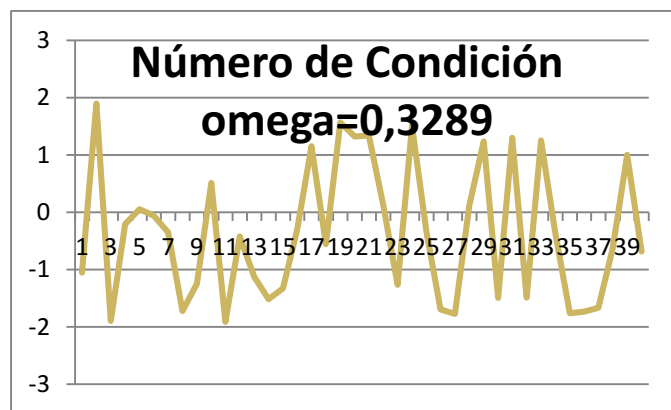


Fig. 45. Gráfico comportamiento arrojado por el número de condición para $\omega=0,3289$ ver teorema 2.4 pág. 23

La Figura 45 muestra el número de condición que se genera al realizar la implementación del método SOR y la buena elección del parámetro ω ($\omega=0.3289$ ver teorema 2.4 pág. 23). Además presenta 15 picos (o número de veces) donde el $Cond(A) \gg 1$.

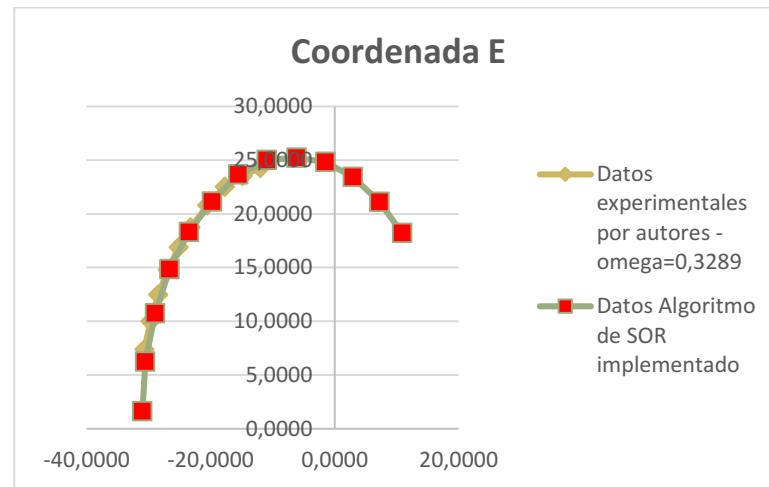


Fig. 46. Gráfico Coordenada E. Posiciones de los eslabones para el mecanismo según el autor y $\omega=0.3289$ ver teorema 2.4 pág. 23

En la figura 46 pueden observarse la trayectorias que hacen referencia a la coordenada E mostradas por los resultados de las simulaciones numéricas, tienen un comportamiento mejor que el establecido en los datos obtenidos experimentalmente; lo anterior se observa al describir un arco circular más uniforme respecto del eje de giro del eslabón. Sin embargo, para el eslabón perteneciente a la falange proximal se deja ver una variación en la trayectoria entre la deseada planteada por los autores y la numérica obtenida usando el algoritmo con parámetro $\omega=0.3289$ (ver teorema 2.4 pág. 23), la cual puede ser ocasionada por la propagación de un error sistemático de cálculo numérico.

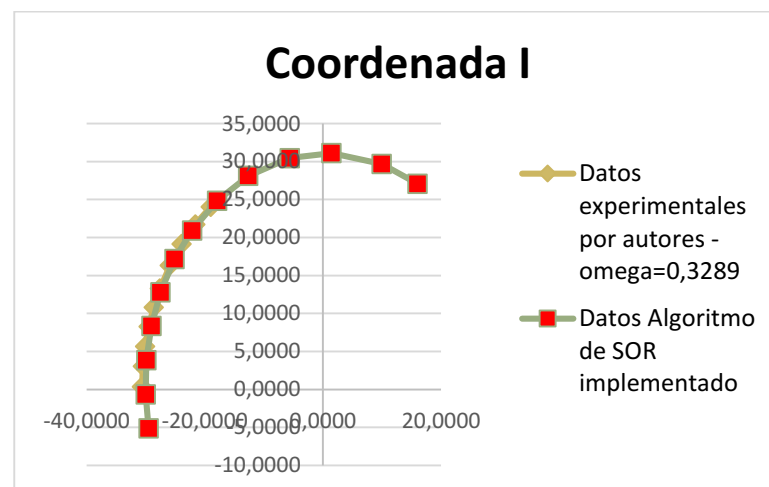


Fig. 47. Gráfico Coordenada I. Posiciones de los eslabones para el mecanismo según el autor y $\omega=0.3289$ ver teorema 2.4 pág. 23

En la figura 47 pueden observarse la trayectorias que hacen referencia a la coordenada I mostradas por los resultados de las simulaciones numéricas, tienen un comportamiento mejor que el establecido en los datos obtenidos experimentalmente; lo anterior se observa al describir un arco circular más uniforme respecto del eje de giro del eslabón. Sin embargo, para el eslabón perteneciente a la falange proximal se deja ver una variación grande en la trayectoria entre la deseada planteada por los autores y la numérica obtenida usando el algoritmo con parámetro $\omega=0.3289$ (ver teorema 2.4 pág. 23), la cual puede ser ocasionada por la propagación de un error sistemático de cálculo numérico.

Tabla 11. Error Absoluto de los resultados obtenidos en los Eslabones vs el resultado de los autores (artículo) y la elección de la mejor ω .

Eslabón	Óptimo				
	$\omega=0,33$	$\omega=0,28$	$\omega=0,309$	$\omega=0,2889$	$\omega=0,3289$
r1	0,04197	0,09879	0,0777	0,07689	0,08657
r2	0,220627	0,35842	0,389586	0,35842	0,45743
r3	0,216946	0,39875	0,368765	0,39875	0,45899
r4	0,002289	0,00456	0,006776	0,00456	0,00558

A partir de los datos obtenidos en los resultados experimentales se puede usar el criterio del cual es el valor de ω más apropiado en la ejecución del algoritmo de acondicionamiento implementado al método de SOR ($\omega=0,33$ ver teorema 2.4 pág. 23)

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

INTRODUCCIÓN

El motivo de estudiar las ecuaciones lineales asociadas al diseño y a la construcción de sistemas **robóticos** como la mano humana, es de gran utilidad hoy día y tiene múltiples aplicaciones en campos tan diversos como la mecánica aplicada, ya que en ellos ha involucrado parámetros del modelo que relacionados con aceleración, velocidad, y posición. El buen conocimiento del comportamiento de un sistema frente a las diferentes perturbaciones en los **coeficientes**, nos puede ayudar a conocer el sentido del mal condicionamiento de estos aplicados en dichos modelos

Con el trabajo realizado se pueden llegar a las siguientes conclusiones.

1.2 CONCLUSIONES

1. Todos los procesos numéricos desarrollados presentaron ser convergentes para un omega entre cero y uno lo cual se considera un proceso de sub-relajación. Ver pág 22.
2. El algoritmo de refinamiento requiere de mucho esfuerzo de cálculo para reducir la presencia de un buen número de picos mostrados en las figuras 29, 33, 37, 41, y 45 donde $\text{Cond}(A) \gg 1$.
3. El proceso iterativo en la ejecución aun presenta resultados donde la solución aproximada aún no es buena ya que los residuales relativos mostrados por las figuras 28, 32, 36, 40, y 44 no son valores muy pequeños.
4. Reducir el mal condicionamiento para un sistema de ecuaciones lineales no es fácil, bajo la presencia de variables con un alto grado de sensibilidad ante pequeños cambios en sus coeficientes. Ver teorema 2.4 pág 23.
5. La precisión alcanzada puede ser mejorada bajo la buena elección del parámetro omega en el método de SOR. Ver teorema 2.4 pág 23.
6. El número de condición sobreestima el error en las componentes. Existen componentes en la solución calculada con mayor precisión de la que predice el número de condición de la matriz.
7. El número de condición varía pero se mantiene en una franja acorde al cambio realizado previamente en sus coeficientes del sistema que modela la falange proximal. Ver figuras 29, 33, 37, 41, y 45.
8. El tiempo de ejecución (26 horas) en el uso del algoritmo de refinamiento implementado al método de SOR es muy alto para obtener una buena solución numérica.

9. Usar como criterio de parada el residual en el proceso numérico de acondicionamiento para la convergencia, demanda más esfuerzo de cálculo numérico y su ventaja se ve reflejada en mantener los valores residuales entre $[-1,1]$. Ver figuras 28, 32, 36, 40, y 44.
10. La mala elección del parámetro omega se puede observar en el número de condición y en el error residual durante todo el proceso numérico.

1.3 RECOMENDACIONES

1. Estudiar otros sistemas con mal condicionamiento mayor que los analizados en este trabajo para obtener experimentalmente una acotación del parámetro omega óptimo y hacer así una demostración matemáticamente general (si existe).
2. Mejorar el criterio de elección para el parámetro omega en el tiempo de ejecución en el algoritmo y ver sus implicaciones en convergencia y precisión.
3. Estudiar otras metodologías donde el criterio de parada sea los residuales generados en el proceso, y así reducir el número de operaciones involucradas en la ejecución del algoritmo implementado.
4. Estudiar las implicaciones generadas al ordenar previamente el sistema de ecuaciones con (o sin) una factorización ortogonal; antes de realizar la ejecución del algoritmo implementado; y optimizar la metodología en la selección para el parámetro omega en el proceso iterativo de SOR.
5. Analizar la eficiencia del Rango en los sistemas de ecuaciones los cuales tienen una factorización QAP previa con (o sin) ordenamiento. Y realizar un registro del comportamiento en el número de condición para el proceso iterativo aplicado.

ANEXOS

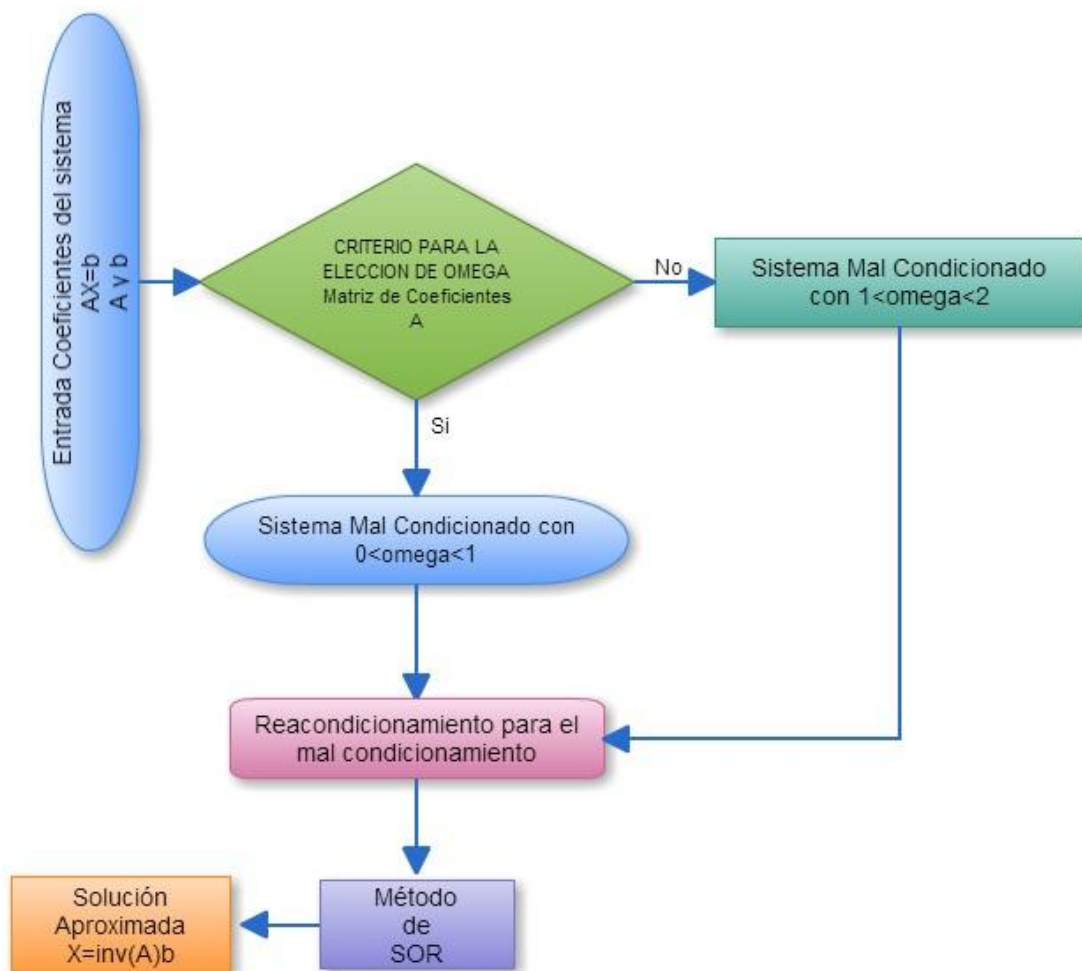


Fig. 48. Diagrama de flujo que describe el algoritmo implementado en la ejecución del método SOR.

Código Proceso Depurga Datos en el sistema.

Programa Principal y Scrip Complementarios Básicos

```
% %%%%%%%%% PROGRAMA GENERAL PARA ANALISIS DATOS Y SOLUCION CON CONVERGENCIA
% DADO PARAMETRO ALPHA APROPIADO
%
% %%%%%%%%%
% %%%%%%%%%
%
% %%% CARGAR LA BASE DE DATOS textdata formato cell %%%%%%%%%
clc;
clear all;
clc;

filename3='JoseData2014.xlsx';
filename2='JoseDataFEBRERO.xlsx';
filename1='JoseDataMARZO214.xlsx';
% textdata2 = importdata(filename1);
textdata1 = importdata(filename3);
textdata=textdata1;
omega=0.33; %omega=0.28
% %%%%%%%%%
% %%%%%%%%%
% %%% DEFINICION DEL RANGO A ANALIZAR EN LA BASE textdata %%%%%%%%%
% %%%%%%%%%
% %%%%%%%%%
ninicio_fila=11;
nfinal_fila=93;
ninicio_COLMizquierda=2;
nfinal_COLMderecha=45;

% CARGA EL ALGORITMO GAUSS-SEIDEL CON IMPLENTO DEL PARAMETRO omega
load ALG072;

% %%%%%%%%%
ProcesoDatos3;
% %%%%%%%%%
clc
bNF1=11;bNF2=34;bNC1=2;bNC2=45; %
NF1=35;NF2=65;NC1=2;NC2=45; %
prueba02numhoja=2;
```

```
prueba02;
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
DatosFamiliarumhoja=1;  
DatosFamiliarumhojaV5=3;  
DatosFamiliarumhojaV9=6;  
OpcionFamiliaDatos;  
OpcionFamiliaDatosV5;  
OpcionFamiliaDatosV9;
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
numhojaT=1;numhojaT2=1;  
guardo4numhoja=4;  
guardo5numhoja=5;  
ProcesoDatos11;
```

```
function A=BElementosRepeditos(A)
```

```
k=1;  
n=length(A);  
while k<=n  
    j=1;  
    while j<=n  
        if k~=j  
            if isequal(A(k),A(j)) % A(k)==A(j) %caso numeros double  
                A(j)=[];  
                n=length(A);  
            end  
        end  
        j=j+1;  
    end  
    k=k+1;  
end  
end
```

```
function A=BorrarElementosRepeditos(A)
```

```
k=1;  
n=length(a);  
while k<=n  
    j=1;  
    while j<=n  
        if k~=j  
            if a(k)==a(j)
```

```

        a(j)=[];
        n=length(a);
    end
end
    j=j+1;
end
    k=k+1;
end
end
%=====

clc
disp('INICIO DEL PROCESO')
disp('BUSCO COINCIDENCIAS data no consistente EN FAMILIAS')
%fgglistaPrimosLP3
hasta=nf*nc;

[nfp,ncp]=size(fgglistaPrimosLP3);

cantidadb=1;
cantidadb2=2;

for NFcont=1:nfp
    for NCcont=1:ncp
        busco=fgglistaPrimosLP3(NFcont,NCcont);

        %%%% DATO BUSCADO %%%%%%%%%%%%%%
        S1=str2mat(busco);
        %%%%%%%%%%%%%%

        contSI=0;
        contNO=0;

        cantidadfechap=ninicio_fila-1; % RECORDAR PONER UNO MENOS
        for ii=1:nf
            for jj=1:nc
                comparo=Mdata(ii,jj);
                S2=str2mat(comparo);
                TF=strfind(S2,S1);
                if (TF==1)
                    contSI=contSI+1;
                    FAMILIACDataB3(cantidadb,1)=busco;
                    FAMILIACDataB3(cantidadb,2)=num2cell(contSI);
                end
            end
        end
    end
end

```

```

        FAMILIACDataB3(cantidadb,3)=textdata(1,jj+1);
        FAMILIACDataB3(cantidadb,4)=textdata(cantidadfechap+ii,1);
        FAMILIACcantidadb=cantidadb+1;
    else
        if contNO>2
            contNO=contNO+1;
            FAMILIACDataB23(cantidadb2-1,2)=num2cell(contNO);
        else
            contNO=contNO+1;
            FAMILIACDataB23(cantidadb2,1)=busco;
            FAMILIACDataB23(cantidadb2,2)=num2cell(contNO);
            cantidadb2=cantidadb2+1;
        end
    end
end

end

end

end

nf3=length(FAMILIACDataB23);

FAMILIAIndiceCDataB23=ColumnaMayorNumero(FAMILIACDataB23(1:nf3,2),hasta-
length(FAMILIACDataB23));

nfIndice3=length(FAMILIAIndiceCDataB23);
for ii=1:nfIndice3
    NoFiguranMData3FAMILIA(ii,1)=FAMILIACDataB23(FAMILIAIndiceCDataB23(ii,1),1);
end

disp('FINAL DEL PROCESO ProcesoDatos3');

A=NoFiguranMData3FAMILIA(1:length(FAMILIACDataB23),1);

[ NoFiguranMData3FAMILIA] = Erepetidos(A);

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%PROCESO GUARDA EN EXCEL %%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%INDIVIDUALES %%%%%%%%%
up3= Erepetidos(FAMILIACDataB3(:,1));
up1f=cell2mat(up3);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

numero=1;numhoja=2;
filenameF=['RESULTADOnumerico-caso#',num2str(numero),'.xlsx'];
Hoja=['Hoja',num2str(numhoja)];
d1 = zMayorFrecuencia;
d2=fLNP3;
d7=LNP3;
d3=FAMILIACDataB3;
d4=up1f;
d6=NoFiguranMData3FAMILIA;

s = xlswrite(filenameF, d1, Hoja, 'A2');
s = xlswrite(filenameF, d7, Hoja, 'F2');
s = xlswrite(filenameF, d2, Hoja, 'J2');
s = xlswrite(filenameF, d3, Hoja, 'N2');
s = xlswrite(filenameF, d4, Hoja, 'S2');
s = xlswrite(filenameF, d6, Hoja, 'W2');

disp('FINALIZA PROCESO')
disp('CONVERGENCIA DE FAMILIAS')
disp('ENVIO A EXCEL');
disp(['VER EL DOCUMENTO datosfinal',num2str(numero),'.xlsx,'])

```



```

clc
clear CDataB;
clear NoFiguranMData;
clear CDataB2;

NumeroLetrero=2;
numero=1;numhojaT=1;
filenameF=['RESULTADO
ProcesoData02',num2str(NumeroLetrero),'ProcesoData2',num2str(numero),'.xlsx'];

% GAUSS-SEIDEL ITERATIVE TECHNIQUE ALGORITHM 7.2
%
% To solve  $Ax = b$  given an initial approximation  $x(0)$ .
%
% INPUT:   the number of equations and unknowns n; the entries
%           $A(I,J)$ ,  $1 \leq I, J \leq n$ , of the matrix A; the entries
%           $B(I)$ ,  $1 \leq I \leq n$ , of the inhomogeneous term b; the
%          entries  $XO(I)$ ,  $1 \leq I \leq n$ , of  $x(0)$ ; tolerance TOL;
%          maximum number of iterations N.
%
% OUTPUT:  the approximate solution  $X(1), \dots, X(n)$  or a message
%          that the number of iterations was exceeded.
%
syms('AA', 'OK', 'NAME', 'INP', 'N', 'I', 'J', 'A', 'X1');
syms('TOL', 'NN', 'K', 'ERR', 'S', 'FLAG', 'OUP');
TRUE = 1;
FALSE = 0;
fprintf(1, 'This is the Gauss-Seidel Method for Linear Systems.\n');
fprintf(1, 'The array will be input from a text file in the order\n');
fprintf(1, 'A(1,1), A(1,2), ..., A(1,n+1), \n');
fprintf(1, 'A(2,1), A(2,2), ..., A(2,n+1), \n');
fprintf(1, '..., A(n,1), A(n,2), ..., A(n,n+1)\n');
fprintf(1, 'Place as many entries as desired on each line, but
separate\n');
fprintf(1, 'entries with ');
fprintf(1, 'at least one blank.\n\n\n');
fprintf(1, 'The initial approximation should follow in same
format.\n');
fprintf(1, 'Has the input file been created? - enter Y or N.\n');
AA = input(' ', 's');
OK = FALSE;
if AA == 'Y' | AA == 'y'
    fprintf(1, 'Input the file name in the form - drive:\\name.ext\n');

```

```

fprintf(1, 'for example:   A:\\DATA.DTA\\n');
NAME = input(' ', 's');
INP = fopen(NAME, 'rt');
OK = FALSE;
while OK == FALSE
fprintf(1, 'Input the number of equations - an integer.\\n');
N = input(' ');
if N > 0
A = zeros(N, N+1);
X1 = zeros(1, N);
for I = 1 : N
for J = 1 : N+1
A(I, J) = fscanf(INP, '%f', 1);
end;
end;
% Use X1 for X0
for I = 1 : N
X1(I) = fscanf(INP, '%f', 1);
end;
OK = TRUE;
fclose(INP);
else
fprintf(1, 'The number must be a positive integer\\n');
end;
end;
OK = FALSE;
while OK == FALSE
fprintf(1, 'Input the tolerance.\\n');
TOL = input(' ');
if TOL > 0
OK = TRUE;
else
fprintf(1, 'Tolerance must be a positive.\\n');
end;
end;
OK = FALSE;
while OK == FALSE
fprintf(1, 'Input maximum number of iterations.\\n');
NN = input(' ');
if NN > 0
OK = TRUE;
else
fprintf(1, 'Number must be a positive integer.\\n');
end;
end;
end;

```

```

else
fprintf(1, 'The program will end so the input file can be created.\n');
end;
if OK == TRUE
% STEP 1
K = 1;
OK = FALSE;
% STEP 2
while OK == FALSE & K <= NN
% ERR is used to test accuracy - it measures the infinity-norm
ERR = 0;
% STEP 3
for I = 1 : N
S = 0;
for J = 1 : N
S = S-A(I,J)*X1(J);
end;
S = (S+A(I,N+1))/A(I,I);
if abs(S) > ERR
ERR = abs(S);
end;
X1(I) = X1(I) + S;
end;
% STEP 4
if ERR <= TOL
OK = TRUE;
% process is complete
else
% STEP 5
K = K+1;
% STEP 6 - is not used since only one vector is required
end;
end;
if OK == FALSE
fprintf(1, 'Maximum Number of Iterations Exceeded.\n');
% STEP 7
% procedure completed unsuccessfully
else
fprintf(1, 'Choice of output method:\n');
fprintf(1, '1. Output to screen\n');
fprintf(1, '2. Output to text file\n');
fprintf(1, 'Please enter 1 or 2.\n');
FLAG = input(' ');
if FLAG == 2
fprintf(1, 'Input the file name in the form - drive:\\name.ext\n');

```

```

fprintf(1, 'for example:   A:\\OUTPUT.DTA\\n');
NAME = input(' ', 's');
OUP = fopen(NAME, 'wt');
else
OUP = 1;
end;
fprintf(OUP, 'GAUSS-SEIDEL METHOD FOR LINEAR SYSTEMS\\n\\n');
fprintf(OUP, 'The solution vector is :\\n');
for I = 1 : N
fprintf(OUP, ' %11.8f', X1(I));
end;
fprintf(OUP, '\\nusing %d iterations\\n', K);
fprintf(OUP, 'with Tolerance %.10e in infinity-norm\\n', TOL);
if OUP ~= 1
fclose(OUP);
fprintf(1, 'Output file %s created successfully \\n', NAME);
end;
end;
end;

```

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Analisis Cinematico y Diseño de un Mecanismo de Cuatro Barras para Falange Proximal de dedo Antropomorfo, Edgar Alfredo Portillas Flores, Oscar Fernando Avilés Sanchez, Roberto Piña Quitero, Paola Andrea Niño Suárez, Edgar Moya Sanchez, Maria Aurora Molina Vilchis (Artículo 2 de diciembre de 2009)
- [2] Practica No 6. Teoria de Mecanismos, Departamento de Ing Mecánica Universidad Carlos III de Madrid
https://www.google.com.co/?gfe_rd=cr&ei=SF5OVIfsIs2w8wf1oYIw#q=practica+6+teoria+de+mecanismos
- [3] Métodos Numéricos - Iván F. Asmar Ch. <http://www.unalmed.edu.co/~ifasmar/libro.html>
- [4] Mecanismos - http://sanchezmecanica.mex.tl/844518_UNIDAD-1.html
- [5] Hall, A. S., "Diseño de máquinas. Teoría y problemas". Editorial Mc Graw-Hill
- [6] S.D. Silvey, Multicollinearity and imprecise estimation, Technometrics 11 539-552, (1969).
- [7] Mabie, Hamilton H., "Mecanismos y dinámica de maquinaria ", México Editorial. Limusa
- [8] Norton, Robert L., "Diseño de maquinaria, una introducción a la síntesis y al análisis de mecanismos y Máquinas ", Editorial McGraw-Hill.
- [9] Erdman, Arthur G., "Diseño de mecanismos, análisis y síntesis", México Edit. Prentice Hall cop. 1999

-
- [10] Shigley, Joseph Edward., "Teoría de máquinas y mecanismos", México; Editorial McGraw-Hill.
 - [11] ATKINSON, HARLEY.- "Introducción a los Métodos Numéricos con Pascal". Addison-Wesley Iberoamericana, México, 1987
 - [12] BALFOUR & BEVERIDGE.- "Análisis numérico básico con Fortran". Compañía editorial Continental, México D.F., 1978.
 - [13] ASAE. 1986. STANDARDS , ASAE, St. Joseph, MI.
 - [14] BURDEN Richard L, FAIRES J. Douglas.- "Análisis Numérico". Grupo editorial Iberoamérica, México, 1985.
 - [15] BURDEN Richard L, FAIRES J. Douglas.- "Análisis Numérico, 6ta.edición". International Thompson Editores, México, 1998.
 - [16] CHAPRA, CANALE.- "Métodos Numéricos para ingenieros". McGraw-Hill, México, 1991.
 - [17] CONTE, DE BOOR.- "Análisis Numérico". McGraw-Hill, Colombia, 1974.
 - [18] DEMIDOVIC, MARON.- "Fondamenti di calcolo numerico". Editorial Mir, Moscú, 1981.
 - [19] DORN, McCRACKEN.- "Numerical Methods with Fortran IV case studies". Wiley International, Estados Unidos, 1972.
 - [20] BEER, F. P. y E.R. JOHNSTON. 1973. Mecánica vectorial para ingenieros. Dinámica. Tomo II. Mc. Hill. México.
 - [21] Avilés O. Fernando, Simanca P. L. y Niño P. A., "Diseño y construcción de un dedo para grippers robóticos", presentado en el Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica, Perú, 2007.
 - [22] BERNACKI. 1972. Agriculture machines, theory and construction. U.S Department of Agriculture. Washinton D.C
 - [23] Tubiana R., (1980). "Physiologie des mouvements et prehension", Traire de Chirurgie de la main, Anatomie, Physiologie, Biologie, Ed Massons.
 - [24] De la Caffiniere J. Y., and Malek R., (1981) "Chirurgie réparatrice du pouce", Ed. Masson.
 - [25] DGETA – SEP. 1983. Elementos de maquinaria agrícola. Editorial Trillas . Mexixo
 - [26] Tubiana R., (1980). "Physiologie des mouvements et prehension", Traire de Chirurgie de la main, Anatomie, Physiologie, Biologie, Ed Massons.
 - [27] DODGE. 1984. D85 Dodge engineering catalog. Roliance Electric Copany, Greenville. S.C
 - [28] DOUGHTIE, V. L. , SANDOR. 1984. Elementos de mecanismos. Editoril Continental S.A de C.V. México.
 - [29] ERDMAN, A.G y G.N. 1984. Mechanism desing: análisis and síntesis. Volumen I. Prentice Hall, Inc. Englewood Cliffs, N.Y.
 - [30] HALL, A.S 1986. Notes on mechanism analysis. Waveland Press In, Prospect Heights, IC.
 - [31] HAM, C.W E.J. CRANE, y W.L. ROGERS. 1964 Mecánica de maquinas. Mc. Graw- Hill. Mexico.
 - [32] HUNT, D.R y L.W. GARVER. 1973. Farm machinery mechanisms. The Iowa state University Press. Ames, Iowa.

- [33] JENSEN, C.H 1986. Dibujo y diseño de Ingenieria. Mc Graw – Hill, Mexico.
- [34] JHON DEERE. 1974. Belts and chains. John Deere Publications Service, Moline, II
- [35] KEPLER, H.B 1973. Basic Graphical Kinematics. Mc. Graw Hill Book Company, New York, N.Y.